

郑州市 2023 年中招第二次适应性测试

数学试题卷

注意:本试卷分试题卷和答题卡两部分.考试时间 100 分钟,满分 120 分.考生应首先阅读试题卷及答题卡上的相关信息,然后在答题卡上作答,在试题卷上作答无效.交卷时只交答题卡.

一、选择题(每小题 3 分,共 30 分)下列各小题均有四个答案,其中只有一个是正确的.

1. -3 的绝对值是

A. -3

B. $-\frac{1}{3}$

C. 3

D. ± 3

2. 2023 年 3 月 30 日郑州市人民公园第二十六届郁金香花展盛大开幕,据了解,本次花展共展出郁金香 31 个品种 10 万余株,采取全园分布,让游人闻着浓郁的花香,漫步于花田小径间,体验“人在花中走,如在画中游”的美妙感受.数据“10 万”用科学记数法表示为

A. 10×10^4

B. 10×10^5

C. 1×10^4

D. 1×10^5

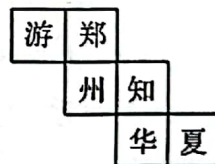
3. 郑州是华夏文明的重要发祥地,是三皇五帝活动的腹地,是中华文明的轴心区,市政府开展了“游郑州 知华夏”活动.将这六个汉字分别写在某正方体的表面上,如图是它的一种展开图,则在原正方体中,与“郑”字所在面相对的面上的汉字是

A. 知

B. 华

C. 夏

D. 游



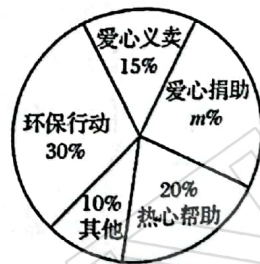
4. 某校开展了丰富多彩的学雷锋志愿服务活动,为了了解同学们所做志愿者服务活动的情况,数学兴趣小组的同学在全校范围内随机抽查了部分同学,将收集的数据绘制成了如图所示的扇形统计图,若该校有 2 000 名学生,则参加爱心捐助活动的学生人数为

A. 200

B. 300

C. 400

D. 500



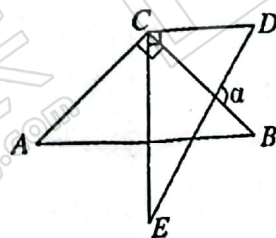
5. 如图,一副三角尺按如图所示的方式放置,若 $AB \parallel CD$,则 $\angle \alpha$ 的度数为

A. 75°

B. 90°

C. 105°

D. 120°

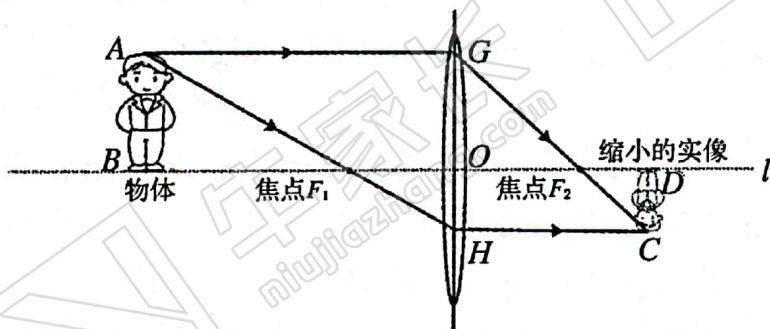


6. 一元二次方程 $x^2 - 2x + 3 = 0$ 的根的情况为

- A. 有两个相等的实数根
B. 有两个不相等的实数根
C. 没有实数根
D. 只有一个实数根

7. 凸透镜成像的原理如图所示, $AG \parallel l \parallel HC$. 若缩小的实像是物体的 $\frac{2}{3}$, 则物体到焦点 F_1 的距离与焦点 F_2 到凸透镜的中心线 GH 的距离之比为(焦点 F_1 和 F_2 关于 O 点对称)

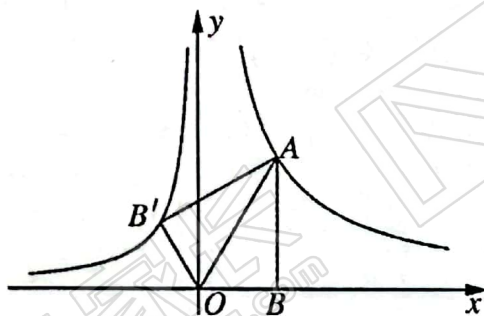
- A. $\frac{3}{2}$
B. $\frac{2}{3}$
C. 2
D. $\frac{1}{2}$



8. 如图, 已知点 $A(2, a)$ 在反比例函数 $y_1 = \frac{4\sqrt{3}}{x}$ 的图象上, 过点 A 作 $AB \perp x$ 轴, 垂足为 B , 连接 OA , 将 $\triangle AOB$ 沿 OA 翻折,

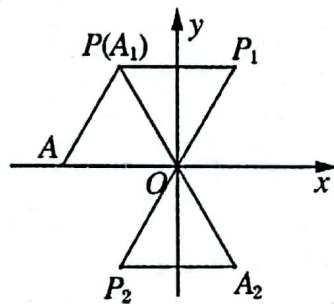
点 B 的对应点 B' 恰好落在 $y_2 = \frac{k}{x} (k \neq 0)$ 的图象上, 则 k 的值为

- A. $\sqrt{3}$
B. $-\sqrt{3}$
C. $2\sqrt{3}$
D. $-2\sqrt{3}$



9. 如图, 在平面直角坐标系中, 边长为 2 的等边三角形 AOP 在第二象限, OA 与 x 轴重合, 将 $\triangle AOP$ 绕点 O 顺时针旋转 60° , 得到 $\triangle A_1OP_1$, 再作 $\triangle A_1OP_1$ 关于原点 O 的中心对称图形, 得到 $\triangle A_2OP_2$, 再将 $\triangle A_2OP_2$ 绕点 O 顺时针旋转 60° , 得到 $\triangle A_3OP_3$, 再作 $\triangle A_3OP_3$ 关于原点 O 的中心对称图形, 得到 $\triangle A_4OP_4$, 以此类推……, 则点 P_{2023} 的坐标是

- A. $(1, \sqrt{3})$
B. $(-1, -\sqrt{3})$
C. $(2, 0)$
D. $(-2, 0)$



10. 已知抛物线 $y = x^2 - 2mx + m^2 - 9$ (m 为常数) 与 x 轴交于点 A, B , 点 $P(m+1, y_1), Q(m-3, y_2)$ 为抛物线上的两点, 则下列说法不正确的是

- A. y 有最小值为 $m^2 - 9$
B. 线段 AB 的长为 6
C. 当 $x < m - 1$ 时, y 随 x 的增大而减小
D. $y_1 < y_2$

二、填空题(每小题 3 分, 共 15 分)

11. 写出一个比 0 大且比 3 小的无理数: _____.

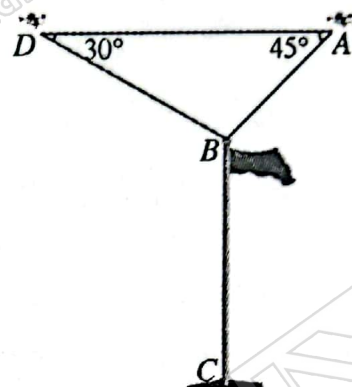
12. 方程 $\frac{3}{x+2} - \frac{1}{x} = 0$ 的解为 _____.

13. 对一批运动鞋进行抽检,统计合格的运动鞋的数量,得到合格运动鞋的频数表如下:

抽取双数(双)	20	40	60	80	100	200	300
合格频数	17	38	55	75	96	189	286
合格频率	0.85	0.95	0.92	0.94	0.96	0.95	0.95

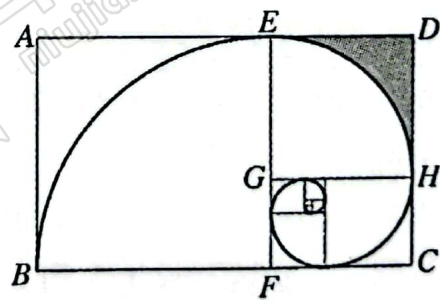
估计出厂的 1 500 双运动鞋中,次品大约有 _____ 双.

14. 某校无人机社团的同学用无人机测量学校旗杆的高度,组员操作无人机飞至离地面高度为 25 米的 A 处时,测得旗杆 BC 的顶端 B 的俯角为 45° ,然后操控无人机水平方向飞行 20 米至旗杆另一侧 D 处时,测得旗杆 BC 的顶端 B 的俯角为 30° ,已知 A, B, C, D 在同一平面内,则旗杆的高度为 _____ 米.



15. 黄金分割比是让无数科学家、数学家、艺术家为之着迷的数字.黄金矩形的长宽之比为黄金分割比,即矩形的短边为长边的 $\frac{\sqrt{5}-1}{2}$ 倍.黄金分割比能够给画面带来美感,令人愉悦,在很多艺术品以及大自然中都能找到它.比如蜗牛壳的螺旋中就隐藏了黄金分割比.如下图,用黄金矩形 ABCD 框住整个蜗牛壳,之后作正方形 ABFE,得到黄金矩形 CDEF,再作正方形 DEGH,得到黄金矩形 CFGH……,这样作下去,我们以每个小正方形边长为半径画弧线,然后连接起来,就是黄金螺旋.已知 $AB = \frac{\sqrt{5}+1}{2}$,则

阴影部分的面积为 _____.



三、解答题(本大题共 8 个小题,满分 75 分)

16. (1)(5 分)计算: $\sqrt{4} - (\sqrt{3} - 1)^0 + 2^{-1}$;

(2)(5 分)解不等式组:
$$\begin{cases} 1 - 2x < 5, \\ \frac{x-2}{3} \leq 1. \end{cases}$$

17. (9 分)郑州是一座将少林文化、黄帝文化、商都文化、黄河文化融为一体的“中原绿城”,域内留存了丰富的文化遗产.为弘扬郑州地域文化,某校七、八年级开展了“知郑州 爱郑州 兴郑州”知识竞赛,竞赛后,随机抽取了七、八年级各 20

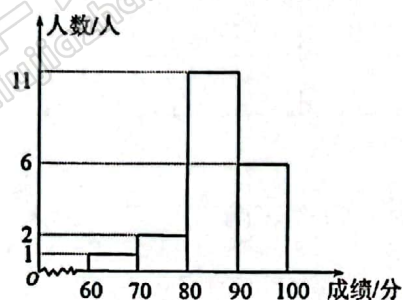
名学生的成绩(百分制),学生的成绩用 x 来表示,分四个等级:A. $60 \leq x < 70$, B. $70 \leq x < 80$, C. $80 \leq x < 90$, D. $90 \leq x \leq 100$,并绘制了如下统计图表.

信息 1:抽样调查的 20 名八年级学生成绩的频数直方图为:

信息 2:抽样调查的 20 名八年级学生的成绩在 C 组中的数据是:

80 81 82 82 85 86 86 88 89 89 89

信息 3:七、八年级抽取的学生竞赛成绩相关统计结果



年级	七年级	八年级
平均数	85.85	86.25
中位数	84.5	a
众数	84	89
方差	71.43	54.09

信息 3

根据以上信息,解答下列问题:

(1) $a =$ _____;

(2) 根据以上数据,你认为该校七、八年级中哪个年级学生对郑州地域文化知识掌握较好? 请说明理由;(一条理由即可)

(3) 两个年级成绩在 95 分以上的 6 名同学中有男生 3 名,女生 3 名,学校准备从中任意抽取 2 名同学交流活动感受,求抽取的 2 名学生恰好是一名男生和一名女生的概率.

18. (9 分)下面是小颖同学要借助无刻度的直尺和圆规作图,来证明三角形内角和等于 180° 这一命题,请你帮她补充完整.

命题:三角形的三个内角的和等于 180° .

已知:如图, $\triangle ABC$.

求证: $\angle A + \angle B + \angle C = 180^\circ$.

证明:如图 1,延长 BA 到 D ,以 AD 为边,在其右侧尺规

作 $\angle DAE = \angle B$,

$\therefore \angle DAE = \angle B$,

$\therefore \dots\dots$

请你帮她完成作图(只保留作图痕迹,不写作法),并完善证明过程.

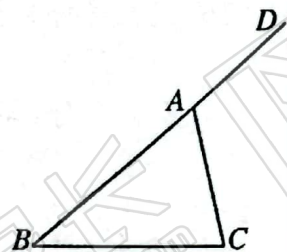
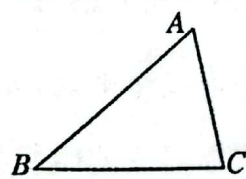


图 1

19. (9 分)“九年磨一剑,六月试锋芒”,为助力中考,有效缓解学生的考前压

力,某中学九年级学生开展了考前减压团体拓展活动.学校准备了“能量传输”类与“鱼跃龙门”类共 15 个小项目,其中“能量传输”类项目比“鱼跃龙门”类项目数的 2 倍少 3 个.

(1)“能量传输”类项目和“鱼跃龙门”类项目各有多少个?

(2)“能量传输”和“鱼跃龙门”两类项目的平均用时分别是 6 分钟、8 分钟(项目转场时间忽略不计),由于时间的限制,在实际拓展活动时,两种类型的项目只能开展 10 个,且“鱼跃龙门”类项目数多于“能量传输”类项目数的一半,活动应该怎么设计能使得所用的时间最少?

20. (9 分)生命在于运动.体育运动伴随着我们每一天,科学的体育运动不仅能强健体魄,更能愉悦身心.但与此同时我们也可以看到,因为不遵循运动规律而导致身体损伤的事情时有发生,我们越来越重视科学运动.衡量科学运动的重要指标之一就是心率.研究发现,运动过程中影响心率的主要因素有年龄、性别、运动强度、运动时间、运动类型、运动项目、情绪等.数学兴趣小组在分析了以上因素后,用统计和函数的知识,深入研究了在慢跑和跳绳过程中,心率与时间的关系如下表:

实验对象 运动时间 x (秒)	慢跑平均 心率 y_1 (次/分)	跳绳平均 心率 y_2 (次/分)
0	83	83
10	103	110
20	111	121
30	121	127
40	128	134
50	133	140
60	141	143
70	142	154
80	146	155
90	150	161
100	156	167
110	156	166
120	153	165
130	153	174
140	160	173
150	160	177
160	160	179
170	155	177
180	160	178

计算机将慢跑时的平均心率与跳绳时的平均心率与时间的关系拟合成一次函数的图象如图 1:

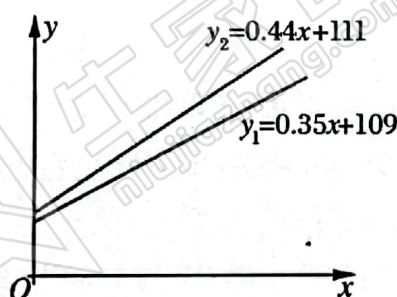


图 1

计算机将慢跑时的平均心率与时间的关系拟合成的另一种函数的图象如图 2:

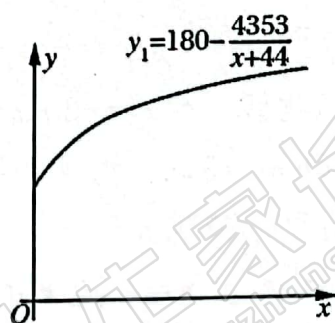


图 2

(1)根据图 1 中的信息,你发现在哪项运动中心率随时间的变化更快? 请说明理由;

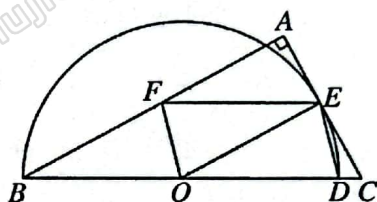
(2)甲同学慢跑运动后的心率为 158 次/分,根据图 1 中的信息请你估算甲同学运动的时间;

(3)有同学认为,计算机将慢跑时的平均心率与时间的关系拟合成的一次函数关系与实际的测量结果误差比较大,所以又借助计算机将其拟合为另一种函数关系,如图 2,请你根据实际情况说明他的分析是否合理? 并说明理由.

21. (9 分)如图,在 $\text{Rt}\triangle ABC$ 中, $\angle A=90^\circ$, 点 D 在斜边 BC 上, 直角边 AC 恰好与以 BD 为直径的半圆相切于点 E , 连接 DE , 过点 O 作 $OF \parallel DE$, 交 AB 于点 F .

(1)请判断四边形 $BOEF$ 的形状, 并说明理由;

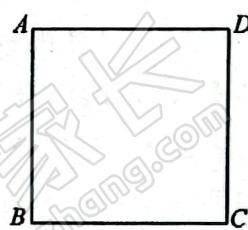
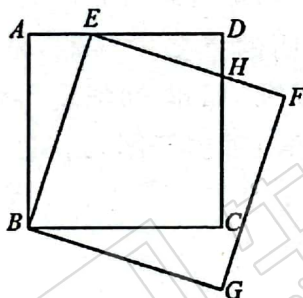
(2)若 $AE=6$, $\sin \angle C = \frac{4}{5}$, 求 AB 的长.



22. (10 分)如图,正方形 $ABCD$, $AB=4$, 动点 E 从点 A 出发沿 AD 向点 D 运动, 连接 BE , 以 BE 为边在其右侧作正方形 $BEFG$, EF 与 CD 相交于点 H .

(1)在点 E 的运动过程中, 点 G 的位置也随之改变, 则点 G 始终在直线 DC 上吗? 如果在, 请给出证明, 如果不在, 请说明理由;

(2)当点 E 在 AD 边上运动时, $\triangle BHG$ 的面积如何变化? 请写出研究过程.



备用图

23. (10 分)如图, 抛物线 $y = -x^2 + bx + c$ 与 x 轴, y 轴分别交于 A, B 两点, 点 B 坐标为 $(0, 5)$, 抛物线的顶点为 C , 点 B 关于对称轴直线 $x=2$ 的对称点为点 D .

(1)求该抛物线的表达式;

(2)当 $-1 < x < 4$ 时, 求函数值 y 的取值范围;

(3)将抛物线在点 D 下方的图象沿着直线 BD 向上翻折, 抛物线的其余部分保持不变, 得到一个新图象, 当直线 $y = x + n$ 与新图象有 2 个公共点时, 请直接写出 n 的值.

