

郑州市 2023 年中招第一次适应性测试

数学试题卷

注意：本试卷分试题卷和答题卡两部分。考试时间 100 分钟，满分 120 分。考生应首先阅读试题卷及答题卡上的相关信息，然后在答题卡上作答，在试题卷上作答无效。交卷时只交答题卡。

一、选择题(每小题 3 分，共 30 分。下列各小题均有四个答案，其中只有一个正确的)

1. 在东西方向的马路上，把出发点记为 0，向东与向西意义相反。若把向东走 2 km 记为 +2 km，那么向西走 1 km 应记为

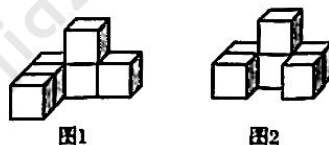
- A. -2 km B. -1 km C. 1 km D. +2 km

2. 星载原子钟是卫星导航系统的“心脏”，对系统定位和授时精度具有决定性作用。“北斗”三号卫星导航系统装载国产高精度星载原子钟，保证“北斗”优于 20 纳秒的授时精度。1 纳秒 = 1×10^{-9} 秒，那么 20 纳秒用科学记数法表示应为

- A. 2×10^{-8} 秒 B. 2×10^{-9} 秒
C. 20×10^{-9} 秒 D. 2×10^{-10} 秒

3. 图 1 是由 6 个相同的小正方体组成的几何体，移动其中一个小正方体变成图 2 所示的几何体，则移动前后

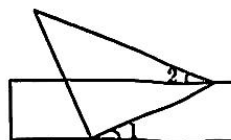
- A. 主视图改变，俯视图改变
B. 主视图改变，俯视图不变
C. 主视图不变，俯视图改变
D. 主视图不变，俯视图不变



第 3 题图

4. 将一块等腰直角三角板和一把直尺按如图所示的位置摆放，若 $\angle 1 = 25^\circ$ ，则 $\angle 2$ 的度数为

- A. 15° B. 20°
C. 25° D. 30°



第 4 题图

5. 下列调查中，最适宜采用普查的是

- A. 调查郑州市中学生每天做作业的时间
B. 调查某批次新能源汽车的电池使用寿命

C. 调查全市各大超市蔬菜农药残留量

D. 调查运载火箭的零部件的质量

6. 如图,五线谱由五条等距离的平行横线组成,同一条直线上的三个点 A, B, C 都在横线上,若线段 $AB=6$,则线段 BC 的长是

- A. 4
B. 3
C. 2
D. 1



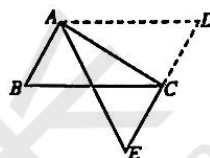
第6题图

7. 若关于 x 的方程 $x^2+ax+1=0$ 有两个相等的实数根,则 a 值可以是

- A. 2
B. 1
C. 0
D. -1

8. 如图,在 $\square ABCD$ 中,将 $\triangle ADC$ 沿 AC 折叠后,点 D 恰好落在 DC 的延长线上的点 E 处.若 $\angle B=60^\circ, AB=2$,则 $\triangle ADE$ 的周长为

- A. 6
B. 9
C. 12
D. 15



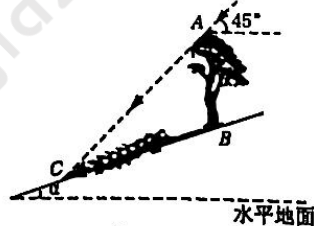
第8题图

9. 已知点 $(-3, y_1), (-1, y_2), (1, y_3)$ 在下列某一函数的图象上,且 $y_3 < y_1 < y_2$,那么这个函数是

- A. $y=3x$
B. $y=-3x^2$
C. $y=\frac{3}{x}$
D. $y=-\frac{3}{x}$

10. 如图,坡角为 α 的斜坡上有一棵垂直于水平地面的大树 AB ,当太阳光线与水平线成 45° 角时,在斜坡上的树影 BC 长为 m ,则大树 AB 的高为

- A. $m(\cos\alpha - \tan\alpha)$
B. $m(\sin\alpha - \cos\alpha)$
C. $m(\cos\alpha - \sin\alpha)$
D. $\frac{m}{\sin\alpha} - \frac{m}{\cos\alpha}$



第10题图

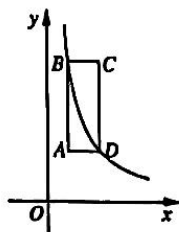
二、填空题(每小题3分,共15分)

11. 数学具有广泛的应用性. 请写出一个将基本事实“两点之间,线段最短”应用于生活的例子:_____.

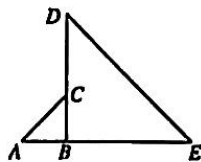
12. 不等式组 $\begin{cases} -2x < 6, \\ x-2 < 0 \end{cases}$ 的解集是_____.

13. 甲、乙两人参加社会实践活动,在“社区志愿者”和“交通引导员”两项中随机选择一项,则两人同时选择“社区志愿者”的概率是_____.

14. 如图,矩形 $ABCD$ 的边 AB 与 y 轴平行,且 $A(1,m), C(3,m+6)$,反比例函数 $y=\frac{k}{x}(x>0)$ 的图象同时经过点 B 与点 D ,则 k 的值为_____.



第 14 题图



第 15 题图

15. 如图, $\triangle ABC$ 与 $\triangle BDE$ 均为等腰直角三角形,点 A, B, E 在同一直线上, $BD \perp AE$,垂足为点 B ,点 C 在 BD 上, $AB=2, BE=5$. 将 $\triangle ABC$ 沿 BE 方向平移,当这两个三角形重叠部分的面积等于 $\triangle ABC$ 面积的一半时, $\triangle ABC$ 平移的距离为_____.

三、解答题(本大题共 8 个小题,满分 75 分)

16. (每小题 5 分,共 10 分)

(1) 计算: $\sqrt{9} - (\frac{1}{3})^{-1} + (\pi - 2023)^0$;

(2) 化简: $(1 - \frac{4}{m+2}) \div \frac{m^2 - 4m + 4}{m+2}$.

17. (9 分) 家务劳动是劳动教育的一个重要方面. 某校为了了解七年级学生参加家务劳动的情况,随机调查七年级男、女生各 18 名,得到他们上周末进行家务劳动的时间(单位:分钟)如下:

男生: 28, 30, 32, 46, 68, 39, 80, 70, 66, 57, 70, 95, 100, 58, 69, 88, 99, 105;

女生: 36, 48, 78, 99, 56, 62, 35, 109, 29, 88, 88, 69, 73, 55, 90, 98, 69, 72.

统计数据,得到家务劳动时间 x (分钟)的频数分布表.

时间 x	$0 \leq x \leq 30$	$30 < x \leq 60$	$60 < x \leq 90$	$90 < x \leq 120$
男生人数(频数)	2	5	7	4
女生人数(频数)	1	5	9	3

整理并分析数据,得到以下统计量.

统计量	平均数	中位数	众数	方差
男生	66.7	68.5	70	617.3
女生	69.7	70.5	69 和 88	547.2

根据以上信息,回答下列问题:

(1)该年级共 360 名学生,且男、女生人数基本相同,则该年级上周末进行家务劳动的时间超过 90 分钟的学生约有多少人?

(2)政教处老师认为上周末该校七年级女生比男生进行家务劳动的时间长,你同意吗? 请说明理由.

18. (9 分) 如图 1, 在 $\triangle ABC$ 中, $AB=AC$, 点 D, E 在 BC 上, 且 $BD=CE$, 连接 AD, AE .

(1)判断 AD 与 AE 的数量关系, 并说明理由;

(2)如图 2, 过点 B 作 $BF \parallel AC$, 交 AD 的延长线于点 F . 若 $\angle DAE = \angle C = \alpha$, 请直接写出图 2 中所有顶角为 α 的等腰三角形.



图1

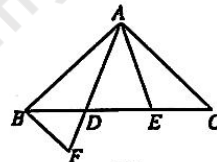


图2

19. (9 分) 如果一个正整数能够表示为两个连续偶数的平方差, 那么称这个正整数为“神秘数”. 例如, 因为 $4 = 2^2 - 0^2$, $12 = 4^2 - 2^2$, $20 = 6^2 - 4^2$, 故 4, 12, 20 都是神秘数.

(1) 写出一个除 4, 12, 20 之外的“神秘数”: _____.

(2) 设两个连续偶数为 $2k$ 和 $2k+2$ (k 为非负整数), 则由这两个连续偶数构造的“神秘数”能够被 4 整除吗? 为什么?

(3) 两个相邻的“神秘数”之差是否为定值? 若为定值, 求出此定值; 若不是定值, 请说明理由.

20. (9分)为迎接开学,某校需购买一批测温枪和消毒液.若购买5个测温枪和1桶消毒液共需440元,若购买1个测温枪和3桶消毒液共需200元.

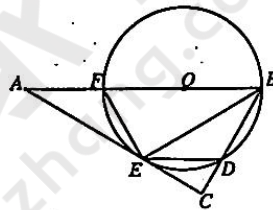
(1)求测温枪和消毒液的单价;

(2)学校计划购买这两种物资共60件,并要求测温枪的数量不少于消毒液的数量的 $\frac{1}{4}$,请设计最省钱的购买方案,并说明理由.

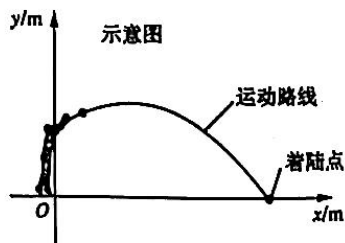
21. (9分)如图,点O在 $\triangle ABC$ 的边AB上, $\odot O$ 与边AC相切于点E,与边BC,AB分别交于点D,F,且 $DE=EF$.

(1)求证: $\angle C=90^\circ$;

(2)当 $BC=3, AC=4$ 时,求 $\odot O$ 半径的长.



22. (10分)原地正面掷实心球是中招体育考试项目之一.受测者站在起掷线后,被掷出的实心球进行斜抛运动,实心球着陆点到起掷线的距离即为此项目成绩.实心球的运动轨迹可看作抛物线的一部分.如图,建立平面直角坐标系,实心球从出手到着陆的过程中,竖直高度 $y(m)$ 与水平距离 $x(m)$ 近似满足函数关系 $y=ax^2+bx+c(a<0)$.小明使用内置传感器的智能实心球进行掷实心球训练.



(1)第一次训练时,智能实心球回传的水平距离 $x(m)$ 与竖直高度 $y(m)$ 的几组对应数据如下:

水平距离 x/m	0	1	2	3	4	5	6	7
竖直高度 y/m	1.8	2.3	2.6	2.7	2.6	2.3	1.8	1.1

则：①抛物线顶点的坐标是 _____，顶点坐标的实际意义是 _____；

②求 y 与 x 近似满足的函数关系式，并直接写出本次训练的成绩。

(2)第二次训练时， y 与 x 近似满足函数关系 $y = -0.09x^2 + 0.72x + 1.8$ ，则第二次训练成绩与第一次相比是否有提高？为什么？

(3)实心球的抛物线轨迹是影响成绩的重要因素，可以通过多种方法调整实心球的轨迹。小明掷实心球的出手高度不变，即抛物线 $y = ax^2 + bx + c$ ($a < 0$) 中 c 的值不变，要提高成绩应使 a, b 的值做怎样的调整？

23. (10分) 在正方形 $ABCD$ 中， E 是 BC 边上一点(点 E 不与点 B, C 重合)， $AE \perp EF$ ，垂足为点 E ， EF 与正方形的外角 $\angle DCG$ 的平分线交于点 F 。

(1)如图 1，若点 E 是 BC 的中点，猜想 AE 与 EF 的数量关系是 _____；证明此猜想时，可取 AB 的中点 P ，连接 EP 。根据此图形易证 $\triangle AEP \cong \triangle EFC$ 。则判断 $\triangle AEP \cong \triangle EFC$ 的依据是 _____。

(2)点 E 在 BC 边上运动。

① 如图 2，(1)中的猜想是否仍然成立？请说明理由。

② 如图 3，连接 AF, DF ，若正方形 $ABCD$ 的边长为 1，直接写出 $\triangle AFD$ 的周长 c 的取值范围。

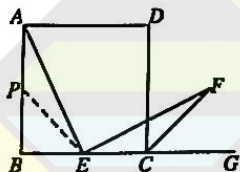


图1

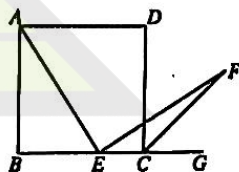


图2

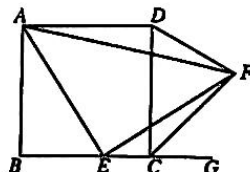


图3