

2021年高中毕业年级第一次质量预测 理科数学试题卷

注意事项:

1. 答卷前,考生务必将自己的姓名、准考证号填写在答题卡上.
2. 回答选择题时,选出每小题答案后,用铅笔把答题卡上对应题目的答案标号涂黑.如需改动,用橡皮擦干净后,再选涂其他答案标号.回答非选择题时,将答案写在答题卡上.写在本试卷上无效.
3. 考试结束后,将本试卷和答题卡一并交回.

一、选择题:本大题共 12 小题,每小题 5 分,共 60 分.在每小题给出的四个选项中,只有一项是符合题目要求的.

1. 已知集合 $A = \{x | |x| < 2\}$, $B = \{-2, -1, 0, 1, 2\}$, 则 $A \cap B =$
A. $\{-1, 0\}$ B. $\{0, 1\}$ C. $\{-1, 0, 1\}$ D. $\{-2, -1, 0, 1, 2\}$
2. 设复数 z 满足 $\frac{z+1}{z-1} = i$, 则 $|z| =$
A. i B. $-i$ C. 1 D. $\sqrt{2}$
3. 已知 P 为抛物线 $C: y^2 = 2px (p > 0)$ 上一点, 点 P 到 C 的焦点的距离为 9, 到 y 轴的距离为 6, 则 $p =$
A. 3 B. 6 C. 9 D. 12
4. 设 a, b 为单位向量, 且 $|a - b| = 1$, 则 $|a + 2b| =$
A. 3 B. $\sqrt{3}$ C. 7 D. $\sqrt{7}$
5. 调查机构对全国互联网行业进行调查统计, 得到整个互联网行业从业者年龄分布饼状图、90 后从事互联网行业岗位分布条形图, 则下列所有正确结论的编号是
注: 90 后指 1990 年及以后出生, 80 后指 1980—1989 年之间出生, 80 前指 1979 年及以前出生.

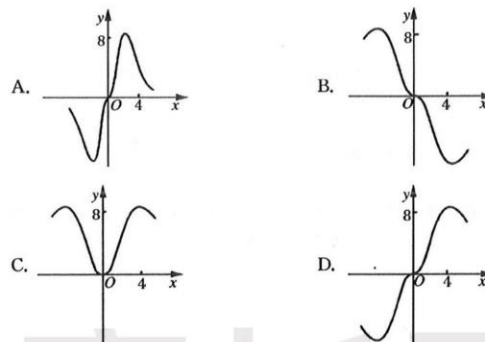


- ①互联网行业从业人员中从事技术和运营岗位的人数占总人数的三成以上
 - ②互联网行业中从事技术岗位的人数超过总人数的 20%
 - ③互联网行业中从事运营岗位的人数 90 后比 80 前多
 - ④互联网行业中从事技术岗位的人数 90 后比 80 后多
- A. ①②③ B. ①②④ C. ①③④ D. ②③④
6. 《周髀算经》中有这样一个问题: 从冬至日起, 依次为小寒、大寒、立春、雨水、惊蛰、春

分、清明、谷雨、立夏、小满、芒种, 这十二个节气, 其日影长依次成等差数列, 若冬至、立春、春分日影长之和为 31.5 尺, 前九个节气日影长之和为 85.5 尺, 则谷雨日影长为

- A. 2.5 B. 3.5 C. 4.5 D. 5.5

7. 函数 $y = \frac{2^{x+1}x^3}{4^x+1}$ 的图像大致为



8. 式子 $(x - \frac{y^2}{x})(x+y)^5$ 的展开式中, x^3y^3 的系数为
A. 3 B. 5 C. 15 D. 20
9. 若直线 l 与曲线 $y = \sqrt{x}$ 和圆 $x^2 + y^2 = \frac{4}{9}$ 都相切, 则 l 的方程为
A. $x - 2\sqrt{2}y + 2 = 0$ B. $x + 2\sqrt{2}y + 2 = 0$
C. $x - 2\sqrt{2}y - 2 = 0$ D. $x + 2\sqrt{2}y - 2 = 0$
10. 已知 $a > 0, b > 0$, 且 $a + b = 1$, 则下列选项错误的是
A. $a^2 + b^2 \geq \frac{1}{2}$ B. $2^{a-b} > \frac{1}{2}$
C. $\log_2 a + \log_2 b \geq -2$ D. $\sqrt{a} + \sqrt{b} \leq \sqrt{2}$
11. 对于函数 $y = f(x)$ 与 $y = g(x)$, 若存在 x_0 , 使 $f(x_0) = g(-x_0)$, 则称 $M(x_0, f(x_0)), N(-x_0, g(-x_0))$ 是函数 $f(x)$ 与 $g(x)$ 图像的一对“隐对称点”. 已知函数 $f(x) = k(x+1), g(x) = \frac{\ln x}{x}$, 函数 $f(x)$ 与 $g(x)$ 的图像恰好存在两对“隐对称点”, 则实数 k 的取值范围为
A. $(-1, 0)$ B. $(-\infty, -1)$
C. $(0, 1) \cup (1, +\infty)$ D. $(-\infty, -1) \cup (-1, 0)$
12. 设点 A, B 分别为双曲线 $C: \frac{x^2}{a^2} - \frac{y^2}{b^2} = 1 (a > 0, b > 0)$ 的左右焦点, 点 M, N 分别在双曲线 C 的左、右支上, 若 $\overrightarrow{MN} = 5\overrightarrow{AM}, \overrightarrow{MB} = \overrightarrow{MN} \cdot \overrightarrow{MB}$, 且 $|\overrightarrow{MB}| < |\overrightarrow{NB}|$, 则双曲线 C 的离心率为

- A. $\frac{\sqrt{65}}{5}$ B. $\frac{\sqrt{85}}{5}$ C. $\frac{13}{5}$ D. $\frac{17}{7}$

二、填空题:本题共4小题,每小题5分,共20分.

13. 设变量 x, y 满足约束条件 $\begin{cases} x+y-2 \geq 0, \\ x-y-2 \leq 0, \\ y \geq 2, \end{cases}$ 则目标函数 $z = x + 2y$ 的最小值为 _____.

14. 已知 $f(x) = (x^2 + 2x + a)e^x$, 若 $f(x)$ 存在极小值, 则 a 的取值范围是 _____.

15. 数列 $\{a_n\}$ 中, $a_1 = 2, a_{n+n} = a_n a_n$. 若 $a_{k+2} + a_{k+3} + \dots + a_{k+11} = 2^{15} - 2^8$, 则 $k =$ _____.

16. 已知 $A-BCD$ 是球 O 的内接三棱锥, $AB=AC=BC=BD=CD=6, AD=9$, 则球 O 的表面积为 _____.

三、解答题:共70分. 解答应写出文字说明, 证明过程或演算步骤. 第17~21题为必考题, 每个试题考生都必须作答. 第22、23题为选考题, 考生根据要求作答.

(一)必考题:共60分.

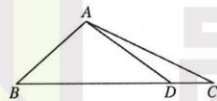
17. (本小题满分12分)

在 $\triangle ABC$ 中, 角 A, B, C 的对边分别为 a, b, c , 已知 $b = \sqrt{5}, c = \sqrt{2}, \angle B = 45^\circ$.

(I) 求边 BC 的长;

(II) 在边 BC 上取一点 D , 使得 $\cos \angle ADB = \frac{4}{5}$,

求 $\sin \angle DAC$ 的值.

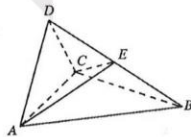


18. (本小题满分12分)

如图, 四面体 $ABCD$ 中, $\triangle ABC$ 是正三角形, $\triangle ACD$ 是直角三角形, $\angle ABD = \angle CBD$, $AB = BD$.

(I) 证明: 平面 $ACD \perp$ 平面 ABC ;

(II) 若 $\vec{EB} = 2\vec{DE}$, 求二面角 $D-AE-C$ 的余弦值.



19. (本小题满分12分)

已知椭圆 $C: \frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1 (a > b > 0)$ 的离心率为 $\frac{\sqrt{2}}{2}$, 且过点 $A(2, 1)$.

(I) 求 C 的方程;

(II) 点 M, N 在 C 上, 且 $AM \perp AN$. 证明: 直线 MN 过定点.

20. (本小题满分12分)

已知函数 $f(x) = x \cdot e^x - a \ln x - ax$.

(I) 若 $a = e$, 讨论 $f(x)$ 的单调性;

(II) 若对任意 $x > 0$ 恒有不等式 $f(x) \geq 1$ 成立, 求实数 a 的值.

21. (本小题满分12分)

教育是阻断贫困代际传递的根本之策. 补齐贫困地区义务教育发展的短板, 让贫困家庭子女都能接受公平而有质量的教育, 是夯实脱贫攻坚根基之所在. 治贫先治愚, 扶贫先扶智. 为了解决某贫困地区教师资源匮乏的问题, 郑州市教育局拟从5名优秀教师中抽选人员分批次参与支教活动. 支教活动共分3批次进行, 每次支教需要同时派送2名教师, 且每次派送人员均从5人中随机抽选. 已知这5名优秀教师中, 2人有支教经验, 3人没有支教经验.

(I) 求5名优秀教师中的“甲”, 在这3批次活动中有且只有一次被抽选到的概率;

(II) 求第二次抽选时, 选到没有支教经验的教师的人数最有可能是几人? 请说明理由;

(III) 现在需要2名支教教师完成某项特殊教学任务, 每次只能派一个人, 且每个人只派一次, 如果前一位教师一定时间内不能完成教学任务, 则再派另一位教师. 若有 A, B 两个教师可派, 他们各自完成任务的概率分别为 p_1, p_2 , 假设 $1 > p_1 > p_2$, 且假定各人能否完成任务的事件相互独立. 若按某种指定顺序派人, 这两个人各自能完成任务的概率依次为 q_1, q_2 , 其中 q_1, q_2 是 p_1, p_2 的一个排列, 试分析以怎样的顺序派出教师, 可使所需派出教师的人员数目的数学期望达到最小.

(二)选考题:共10分. 请考生在第22、23题中任选一题作答. 在答题卷上将所选题号涂黑, 如果多做, 则按所做的第一题计分.

22. 在平面直角坐标系中, 曲线 C 的参数方程为 $\begin{cases} x = \cos \theta, \\ y = 1 + \sin \theta \end{cases}$ (θ 为参数), 以坐标原点 O 为极点, x 轴正半轴为极轴建立极坐标系, 直线 l 的极坐标方程为 $\rho \sin(\theta + \frac{\pi}{6}) = \sqrt{3}$.

(I) 求曲线 C 的普通方程和直线 l 的直角坐标方程;

(II) 射线 OP 的极坐标方程为 $\theta = \frac{\pi}{6}$, 若射线 OP 与曲线 C 的交点为 A (异于点 O), 与直线 l 的交点为 B , 求线段 AB 的长.

23. 已知 $a > b > 0$, 函数 $f(x) = |x + \frac{1}{b(a-b)}|$.

(I) 若 $a = 1, b = \frac{1}{2}$, 求不等式 $f(x) > 2$ 的解集;

(II) 求证: $f(x) + |x - a^2| \geq 4$.



每个牛孩身后都有一个牛家长

扫描二维码邀请你进群

高三家长圈

高三家长圈

每个牛孩身后都有一个牛家长。