

郑州市 2021 年初中中招适应性测试

数学 参考答案

一、选择题（每小题 3 分，共 30 分）

1. D 2. A 3. C 4. A 5. B 6. C 7. B 8. D 9. A 10. C

二、填空题（每小题 3 分，共 15 分）

11. π （答案不唯一） 12. 2 13. $\frac{1}{4}$ 14. $\frac{\pi}{3} + 2\sqrt{2} + 2\sqrt{3}$ 15. $\frac{1}{2}$.

三、解答题（共 75 分）

16.(8 分) 解：任务一：

①第三步，分式的基本性质（或填为：分式的分子分母都乘（或除以）同一个不为 0 的整式，分式的值不变）；2 分

②第五步，括号前面是“-”，去掉括号后，括号里面的第二项没有变号，（或填为：去括号时出错）（每空 1 分，共 2 分）4 分

任务二：

$$\begin{aligned} & \frac{x^2-1}{x^2+2x+1} - \frac{x-1}{2x+2} \\ &= \frac{x^2-1}{x^2+2x+1} - \frac{x-1}{2(x+1)} \\ &= \frac{(x+1)(x-1)}{(x+1)^2} - \frac{x-1}{2(x+1)} \\ &= \frac{x-1}{x+1} - \frac{x-1}{2(x+1)} \\ &= \frac{2(x-1)}{2(x+1)} - \frac{x-1}{2(x+1)} \\ &= \frac{2(x-1)-(x-1)}{2(x+1)} \\ &= \frac{2x-2-x+1}{2(x+1)} \\ &= \frac{x-1}{2x+2}. \end{aligned}$$

.....8 分

17. (9 分) 解：(1) 11, 77.5, 81;3 分

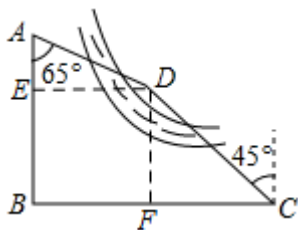
$$(2) (800+800) \times \frac{1+2}{40} = 120(\text{人});$$

答：该校七、八年级学生在本次竞赛中成绩在 90 分以上共有 120 人；

(列出式子 1 分，计算正确 1 分，总结作答 1 分)6 分

(3) 八年级学生的总体水平较好. 因为七、八年级的平均数相等，而八年级的众数和中位数均高于七年级，所以八年级学生的总体水平较好.9 分

18.(9 分) 解：如图，过点 D 作 $DE \perp AB$ 于点 E ，过 D 作 $DF \perp BC$ 于点 F ，则四边形 $EBFD$ 是矩形.



设 $DE = x$ m,

在 $\text{Rt}\triangle ADE$ 中, $\angle AED = 90^\circ$,

$$\because \tan \angle DAE = \frac{DE}{AE}, \therefore AE = \frac{DE}{\tan \angle DAE} = \frac{x}{2.14}.$$

$$\therefore BE = 400 - \frac{x}{2.14}. \quad \dots\dots\dots 3 \text{ 分}$$

又 $BF = DE = x$ m, $\therefore CF = (628 - x)$ m.

在 $\text{Rt}\triangle CDF$ 中, $\angle DFC = 90^\circ$, $\angle DCF = 45^\circ$,

$$\therefore DF = CF = (628 - x) \text{ m}. \quad \dots\dots\dots 6 \text{ 分}$$

$$\text{又 } BE = DF, \text{ 即 } 400 - \frac{x}{2.14} = 628 - x,$$

解得 $x = 428$.

故点 D 到 AB 的距离约是 428m.9 分

(本题解法不唯一，列出方程，解得的数在 427-431 范围内给到 8 分，正确的请对应给分)

19. (9 分) 解：(1) 由题意可得, $y_{\text{甲}} = 0.8x$;1 分

乙商店：当 $0 \leq x \leq 200$ 时, $y_{\text{乙}}$ 与 x 的函数关系式为 $y_{\text{乙}} = x$;

$$\text{当 } x > 200 \text{ 时, } y_{\text{乙}} = 200 + (x - 200) \times 0.6 = 0.6x + 80,$$

由上可得, y_Z 与 x 的函数关系式为 $y_Z = \begin{cases} x(0 \leq x \leq 200), \\ 0.6x + 80(x > 200). \end{cases}$ 3 分

(说明: 不写取值范围不扣分)

$$(2) \begin{cases} y_{\text{甲}} = 0.8x, \\ y_Z = 0.6x + 80. \end{cases} \text{ 解得 } \begin{cases} x = 400, \\ y_Z = 320. \end{cases} \therefore A(400, 320).$$

点 A 的实际意义是当买的体育商品标价为 400 元时, 甲、乙商店优惠后所需费用相同, 都是 320 元. (列方程解得 1 分, A 点坐标 1 分, 解释实际意义 1 分)

.....6 分

(3) 由点 A 的意义, 结合图象可知,

当 $x < 400$ 时, 选择甲商店更省钱;

当 $x = 400$, 甲、乙商店所需费用相同;

当 $x > 400$, 选择乙商店更省钱.

(三种情况每个 1 分)

9 分

20.(9 分) 解: (1) 9;2 分

(2) 方法一: 小亮的说法正确.....3 分

连接 OC .

$\because DC$ 是 $\odot O$ 的切线,

$\therefore \angle DCO = 90^\circ$.

$\because AB$ 是 $\odot O$ 是直径,

$\therefore \angle ACB = 90^\circ$6 分

$\therefore \angle ACB = \angle DCO$.

$\because \angle A = 30^\circ$,

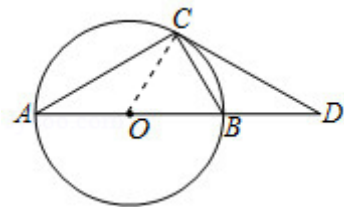
$\therefore \angle ABC = 60^\circ$.

又 $OB = OC$,

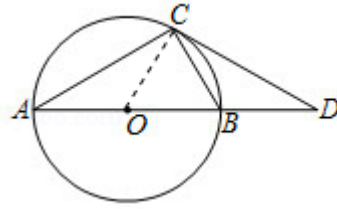
$\therefore \triangle OBC$ 为等边三角形.

$\therefore CO = CB$, $\angle ABC = \angle DOC = 60^\circ$.

在 $\triangle ABC$ 和 $\triangle DOC$ 中,



$$\begin{cases} \angle ABC = \angle DOC, \\ CB = CO, \\ \angle ACB = \angle DCO = 90^\circ. \end{cases}$$



$$\therefore \triangle ABC \cong \triangle DOC$$

(ASA).8 分

$$\therefore AC = DC. \quad \dots\dots\dots 9 \text{ 分}$$

方法二:

小亮的说法正确.3 分

连接 OC . $\because DC$ 是 $\odot O$ 的切线,

$$\therefore \angle DCO = 90^\circ.$$

$\because AB$ 是 $\odot O$ 是直径,

$$\therefore \angle ACB = 90^\circ. \quad \dots\dots\dots 6 \text{ 分}$$

$$\because CO = AO,$$

$$\therefore \angle ACO = \angle A = 30^\circ.$$

$$\therefore \angle COB = 60^\circ.$$

$$\therefore \angle D = 30^\circ.$$

$$\therefore AC = DC. \quad \dots\dots\dots 9 \text{ 分}$$

(本题解法不唯一, 正确的请对应给分)

$$21.(10 \text{ 分}) \text{ 解: (1) 直线 } x=1, (0, -1); \quad \dots\dots\dots 2 \text{ 分}$$

$$(2) \text{ 令 } x-2 = ax^2-2ax-1.$$

$$\text{则原方程可化为 } ax^2 - (2a+1)x + 1 = 0.$$

$$\text{由根的判别式可得 } b^2 - 4ac = [-(2a+1)]^2 - 4a = 4a^2 + 1 > 0,$$

$$\therefore \text{直线 } y=x-2 \text{ 与抛物线 } y=ax^2-2ax-1 \text{ (} a < 0 \text{)} \text{ 一定存在两个交点. } \dots\dots\dots 5 \text{ 分}$$

$$(3) \because \text{抛物线的对称轴直线为 } x=1,$$

$$\therefore \text{顶点在 } -2 \leq x \leq 2 \text{ 范围内.}$$

$$\because y \text{ 的最大值是 } 1,$$

$$\therefore \text{顶点坐标为 } (1, 1).$$

$$\because a < 0, \text{ 抛物线的开口向下,}$$

$$\therefore \text{当 } x < 1 \text{ 时, } y \text{ 随 } x \text{ 的增大而增大, 当 } x > 1 \text{ 时, } y \text{ 随 } x \text{ 的增大而减小.}$$

∵ -2 离对称轴更远一些, 即 $x = -2$ 时, y 有最小值,7 分

∴ 把顶点 (1, 1) 代入 $y = ax^2 - 2ax - 1$.

∴ $a - 2a - 1 = 1$. 解得 $a = -2$9 分

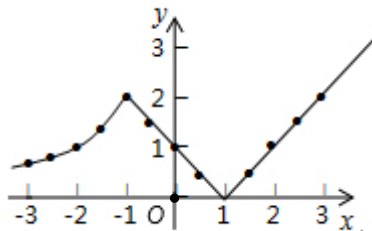
∴ $y = -2x^2 + 4x - 1$.

∴ 当 $x = -2$ 时, $y = -17$, 即 y 的最小值是 -17.10 分

(本题解法不唯一, 正确的请对应给分)

22. (10 分) 解: (1) $\frac{2}{3}$, 2;2 分

(2) 如图所示:



.....3 分

(3) ① $>$, $<$;5 分

② 当 $y = 1.6$ 时, $x > -1$ 时, 有 $1.6 = |x - 1|$, ∴ $x = -0.6$ 或 $x = 2.6$.

当 $y = 1.6$ 时, $x \leq -1$ 时, 有 $1.6 = -\frac{2}{x}$, ∴ $x = -1.25$.

故 $x = -0.6$ 或 $x = 2.6$ 或 $x = -1.25$;8 分

③ 由图象可知, $-1 < b < 2\sqrt{2}$ 或 $b > 3$10 分

23. (11 分) 解: (1) $\frac{\sqrt{3}}{2}$, 30° , $\frac{\sqrt{2}}{2}$, 45° ;4 分

(2) $\frac{CQ}{CM} = \cos \alpha$, 直线 CQ 与 CM 所夹锐角的度数 $= \alpha$6 分

连接 PB , 延长 QC .

∵ 在 $Rt\triangle ABC$ 中, $\frac{AC}{AB} = \cos \alpha$,

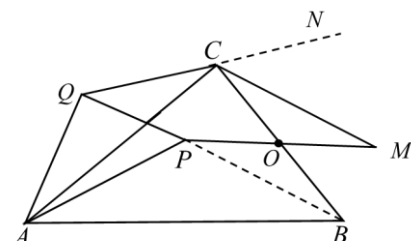
在 $Rt\triangle APQ$ 中, $\frac{AQ}{AP} = \cos \alpha$,

∴ $\frac{AQ}{AP} = \frac{AC}{AB}$ 即 $\frac{AQ}{AC} = \frac{AP}{AB}$.

∵ $\angle QAC = \angle PAB$,

∴ $\triangle QAC \sim \triangle PAB$7 分

∴ $\frac{CQ}{PB} = \frac{AC}{AB} = \cos \alpha$, $\angle QCA = \angle PBA$.



又 $\because CO=BO, OM=OP, \angle COM=\angle BOP,$

$\therefore \triangle COM \cong \triangle BOP.$

$\therefore PB=CM, \angle MCB=\angle CBP.$

$\therefore \frac{CQ}{CM} = \cos \alpha. \quad \dots\dots\dots 8 \text{ 分}$

在 $\text{Rt}\triangle ABC$ 中, $\angle ACB=90^\circ, \angle CAB=\alpha,$

$\therefore \angle CBA=\angle PBA+\angle CBP=90^\circ-\alpha.$

$\therefore \angle QCA+\angle MCB=90^\circ-\alpha.$

$\therefore \angle MCN=180^\circ - (\angle QCA+\angle MCB) -90^\circ=\alpha.$

即直线 CQ 与 CM 所夹锐角的度数 $=\alpha. \quad \dots\dots\dots 9 \text{ 分}$

综上所述, $\frac{CQ}{CM} = \cos \alpha$, 直线 CQ 与 CM 所夹锐角的度数 $=\alpha.$

(3) $\sqrt{17}, \sqrt{33} . \quad \dots\dots\dots 11 \text{ 分}$