

郑州市 2021 年初中中招适应性测试 数学试题卷

注意:本试卷分试题卷和答题卡两部分.考试时间 100 分钟,满分 120 分.考生应首先阅读试题卷及答题卡上的相关信息,然后在答题卡上作答,在试题卷上作答无效.交卷时只交答题卡.

一、选择题(每小题 3 分,共 30 分)下列各小题均有四个答案,其中只有一个是正确的.

1. 实数 -5 的绝对值是

A. -5

B. $\frac{1}{5}$

C. $-\frac{1}{5}$

D. 5

2. 下列四个图形中,既是中心对称图形又是轴对称图形的是



A



B



C



D

3. 2021 年河南春晚舞蹈节目《唐宫夜宴》成功“出圈”,让传统文化活起来、让现代科技亮起来、让时代精神燃起来,受到全国网民的追捧.该节目视频在网络上的播放量突破 5000 万次,5000 万用科学记数法表示为

A. 5×10^3

B. 0.5×10^4

C. 5×10^7

D. 50×10^3

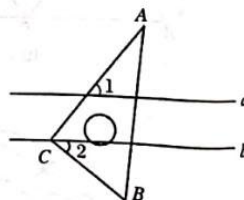
4. 如图,直线 $a \parallel b$,直角三角板 ABC 的直角顶点 C 在直线 b 上,若 $\angle 1 = 54^\circ$,则 $\angle 2$ 的度数为

A. 36°

B. 44°

C. 46°

D. 54°



第 4 题图

5. 小明在数学课上遇到下列四个算式,你认为运算正确的是

A. $a^6 \div a^3 = a^2$

B. $(-a)^2 \cdot a^3 = a^5$

C. $(a+b)^2 = a^2 + b^2$

D. $a^3 + a^3 = 2a^6$

6. 若点 $A(x_1, -2)$, $B(x_2, 3)$, $C(x_3, 4)$ 在反比例函数 $y = -\frac{4}{x}$ 的图象上,则 x_1, x_2, x_3 的关系是

A. $x_1 > x_2 > x_3$

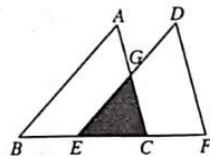
B. $x_2 > x_3 > x_1$

C. $x_1 > x_3 > x_2$

D. $x_3 > x_2 > x_1$

7. 如图, 将 $\triangle ABC$ 沿 BC 方向平移得到 $\triangle DEF$, $\triangle ABC$ 与 $\triangle DEF$ 重叠部分(图中阴影部分)的面积是 $\triangle ABC$ 面积的一半, 已知 $BC=6$, 则 EC 的长为

- A. 3
B. $3\sqrt{2}$
C. $3\sqrt{3}$
D. 4



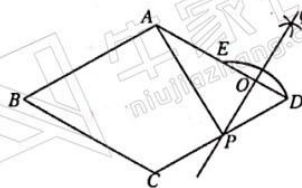
第 7 题图

8. 小明看到关于四川大凉山留守儿童的相关报道后, 想为这些孩子献一份爱心. 六一儿童节当天他将三、四、五三个月挣得的 800 元零花钱成功捐出. 已知三月份小明做家务挣得零花钱 200 元, 设从三月份到五月份挣得零花钱的月平均增长率为 x , 则根据题意列出方程为

- A. $200(1+2x)=800$
B. $200 \times 2(1+x)=800$
C. $200(1+x)^2=800$
D. $200+200(1+x)+200(1+x)^2=800$

9. 如图, 在边长为 4 的菱形 $ABCD$ 中, $\angle ABC=60^\circ$, 点 P 为 CD 的中点, 按以下步骤作图: ①以点 P 为圆心, PD 长为半径作弧, 交 AD 于点 E ; ②再分别以点 D 和点 E 为圆心, 大于 $\frac{1}{2}DE$ 的长为半径作弧, 两弧相交于点 Q ; ③作直线 PQ , 交 AD 于点 O , 则线段 OP 的长为

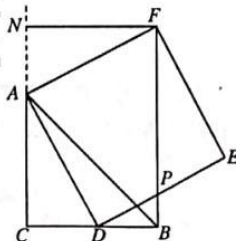
- A. $\sqrt{3}$
B. 2
C. $\sqrt{7}$
D. 3



第 9 题图

10. 如图, $\triangle ABC$ 中, $CB=CA$, $\angle ACB=90^\circ$, 点 D 在边 BC 上(与 B, C 不重合), 以 AD 为边在 AD 右侧作正方形 $ADEF$, 过点 F 作 $FN \perp CA$, 交 CA 的延长线于点 N , 连接 FB , 交 DE 于点 P , 给出以下结论: ① $CN=FN+CD$; ② $\angle ADC=\angle ABF$; ③ 四边形 $CBFN$ 为矩形; ④ $\angle AFB+\angle FAB=135^\circ$; ⑤ $EF^2=FP \cdot BC$, 其中正确结论的个数是

- A. 2
B. 3
C. 4
D. 5



第 10 题图

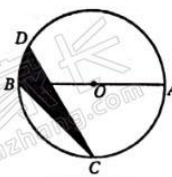
二、填空题(每小题 3 分, 共 15 分)

11. 请写出一个大于 3 且小于 4 的无理数: _____.

12. 一元一次不等式组 $\begin{cases} \frac{1}{2}x+3>2, \\ 1-2x\geq-3 \end{cases}$ 的所有整数解的和为 _____.

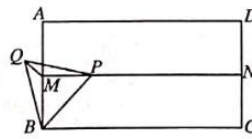
13. 小明和小亮准备报名参加学校社团, 每人需要在文学社、书画社、足球社、动漫社中选择一个, 则他们刚好选择同一个社团的概率是 _____.

14. 如图, $\odot O$ 中, 若直径 $AB=4$, C, D 为 $\odot O$ 上两点, 且分别位于直径 AB 的两侧, C 为弧 AB 的中点, $\angle BCD=15^\circ$, 则图中阴影部分的周长为 _____.(结果保留根号或 π)



第 14 题图

15. 在矩形 $ABCD$ 中, $AB=2$, $AD=2\sqrt{3}$, M 、 N 分别为 AB 、 CD 的中点, 点 P 为线段 MN 上一动点, 以线段 BP 为边, 在 BP 左侧作等边三角形 BPQ , 连接 QM , 则 QM 的最小值为 _____.



第 15 题图

三、解答题(共 8 小题, 共 75 分)

16. (8 分) 下面是小明同学进行分式化简的过程, 请认真阅读并完成相应任务.

$$\begin{aligned} & \frac{x^2-1}{x^2+2x+1} - \frac{x-1}{2x+2} \\ &= \frac{(x+1)(x-1)}{(x+1)^2} - \frac{x-1}{2(x+1)} \dots\dots \text{第一步} \\ &= \frac{x-1}{x+1} - \frac{x-1}{2(x+1)} \dots\dots \text{第二步} \\ &= \frac{2(x-1)}{2(x+1)} - \frac{x-1}{2(x+1)} \dots\dots \text{第三步} \\ &= \frac{2(x-1)-(x-1)}{2(x+1)} \dots\dots \text{第四步} \\ &= \frac{2x-2-x-1}{2(x+1)} \dots\dots \text{第五步} \\ &= \frac{x-3}{2x+2} \dots\dots \text{第六步} \end{aligned}$$

任务一: 填空:

- ① 以上化简步骤中, 第 _____ 步是进行分式的通分, 通分的依据是 _____;

- ② 第 _____ 步开始出现错误, 这一步错误的原因是 _____;

任务二: 请写出该分式正确的化简过程.

17. (9 分) 习近平总书记强调: “红色基因就是要传承。中华民族从站起来、富起来到强起来, 经历了多少坎坷, 创造了多少奇迹, 要让后代牢记, 我们要不忘初心, 永远不可迷失了方向和道路。” 为鼓励大家读好红色经典故事, 某校开展了“传承红色基因, 读好红色经典”活动. 为了解七、八年级学生(七、八年级各有 800 名学生)的阅读效果, 该校举行了红色经典文化知识竞赛. 现从两个年级各随机抽取 20 名学生的竞赛成绩(百分制)进行分析, 过程如下:

收集数据:

七年级: 79, 85, 73, 80, 75, 76, 87, 70, 75, 94, 75, 78, 81, 71, 75, 80, 86, 59, 83, 77.

八年级: 92, 74, 87, 82, 72, 81, 94, 83, 77, 83, 80, 81, 71, 81, 72, 77, 82, 80, 70, 41.

整理数据:

	$40 \leq x < 49$	$50 \leq x < 59$	$60 \leq x < 69$	$70 \leq x < 79$	$80 \leq x < 89$	$90 \leq x < 100$
七年级	0	1	0	a	7	1
八年级	1	0	0	7	10	2

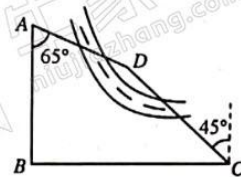
分析数据:

	平均数	众数	中位数
七年级	78	75	b
八年级	78	c	80.5

请回答下列问题：

- (1) 在上面两个表格中： $a = \underline{\hspace{2cm}}$ ， $b = \underline{\hspace{2cm}}$ ， $c = \underline{\hspace{2cm}}$ ；
- (2) 估计该校七、八年级学生在本次竞赛中成绩在 90 分以上的共有多少人？
- (3) 你认为哪个年级的学生对红色经典文化知识掌握的总体水平较好，并说明理由。

18. (9 分) 某区域平面示意图如图所示，点 D 在河的右侧，人民路 AB 与桥 BC 垂直。某校数学小组进行研学活动时，在 C 处测得点 D 位于西北方向，又在 A 处测得点 D 位于南偏东 65° 方向，另测得 $BC = 628\text{m}$ ， $AB = 400\text{m}$ ，求出点 D 到 AB 的距离。(结果保留整数，参考数据 $\sin 65^\circ \approx 0.91$ ， $\cos 65^\circ \approx 0.42$ ， $\tan 65^\circ \approx 2.14$)



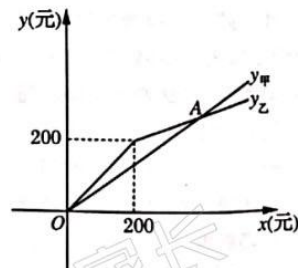
19. (9 分) 为落实学生每天“阳光一小时”校园体育活动，郑州市某学校计划购买一批新的体育用品。经调查了解到甲、乙两个体育用品商店的优惠活动如下：

甲商店：所有商品按标价 8 折出售；

乙商店：一次购买商品总额不超过 200 元的按原价计费，超过 200 元的部分打 6 折。

设需要购买体育用品的原价总额为 x 元，去甲商店购买应付 $y_{\text{甲}}$ 元，去乙商店购买应付 $y_{\text{乙}}$ 元，其函数图象如图所示。

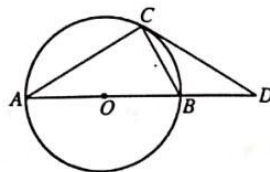
- (1) 分别求 $y_{\text{甲}}$ 、 $y_{\text{乙}}$ 与 x 的关系式；
- (2) 两图象交于点 A ，请求出 A 点坐标，并说明点 A 的实际意义；
- (3) 请根据函数图象，直接写出选择去哪个商店购买体育用品更合算。



20. (9分) 马老师带领同学们复习《圆》的内容时, 展示出如下内容: “如图, $\triangle ABC$ 内接于 $\odot O$, 直径 AB 的长为 6, 过点 C 的切线交 AB 的延长线于点 D .” 马老师要求同学们在此基础上添加一个条件编制一道题目, 并解答问题.

(1) 若添加条件“ $\angle D=30^\circ$ ”, 则 AD 的长为 _____;

(2) 小亮说: “我添加的条件是 $\angle A=30^\circ$, 可以得到 $AC=DC$ ”. 你认为小亮的说法是否正确? 请说明理由.

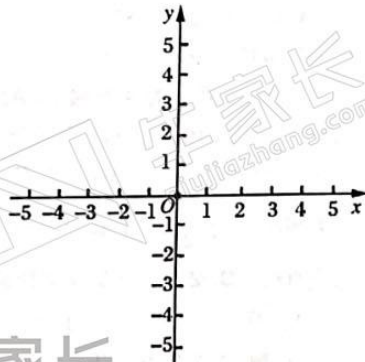


21. (10分) 在平面直角坐标系 xOy 中, 已知抛物线 $y=ax^2-2ax-1$ ($a < 0$).

(1) 抛物线的对称轴为 _____, 抛物线与 y 轴的交点坐标为 _____;

(2) 试说明直线 $y=x-2$ 与抛物线 $y=ax^2-2ax-1$ ($a < 0$) 一定存在两个交点;

(3) 若当 $-2 \leq x \leq 2$ 时, y 的最大值是 1, 求当 $-2 \leq x \leq 2$ 时, y 的最小值是多少?



牛家长
niujiazhong.com

22. (10分) 若一个函数当自变量在不同范围内取值时, 函数表达式不同, 我们称这样的函数为分段函数. 我们可以参照初中学习、探究函数的过程与方法, 探究分段函数

$y = \begin{cases} -\frac{2}{x} & (x \leq -1) \\ |x-1| & (x > -1) \end{cases}$ 的图象与性质, 请将下列探究过程补充完整.

(1) 列表:

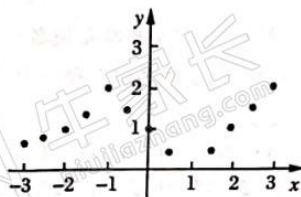
x	...	-3	$-\frac{5}{2}$	-2	$-\frac{3}{2}$	-1	$-\frac{1}{2}$	0	$\frac{1}{2}$	1	$\frac{3}{2}$	2	$\frac{5}{2}$	3	...
y	...	m	$\frac{4}{5}$	1	$\frac{4}{3}$	2	$\frac{3}{2}$	1	$\frac{1}{2}$	0	$\frac{1}{2}$	1	$\frac{3}{2}$	n	...

其中 $m =$ _____, $n =$ _____;

(2) 描点: 在平面直角坐标系中, 以自变量 x 的取值为横坐标, 以相应的函数值 y 为纵坐标, 已描出部分相应的点, 如图所示. 请画出函数的图象;

(3) 研究函数并回答下列问题:

① 已知点 $A(-1, y_1)$, $B(-\frac{7}{2}, y_2)$, $C(x_1, \frac{3}{2})$,



$D(x_2, 6)$ 在函数图象上, 则 y_1 _____ y_2 , x_1 _____ x_2 ; (填“>”, “=”或“<”)

②当函数值 $y=1.6$ 时, 求自变量 x 的值;

③若直线 $y=x+b$ 与函数图象有且只有一个交点, 请直接写出 b 的取值范围.

23. (11分) 类比、转化、从特殊到一般等思想方法, 在数学学习和研究中经常用到. 小明在数学学习中遇到了这样一个问题: “如图 1, $\text{Rt}\triangle ABC$ 中, $\angle ACB=90^\circ$, $\angle CAB=\alpha$, 点 P 在 AB 边上, 过点 P 作 $PQ \perp AC$ 于点 Q , 将 $\triangle APQ$ 绕点 A 逆时针方向旋转, 如图 2, 连接 CQ . O 为 BC 边的中点, 连接 PO 并延长到点 M , 使 $OM=OP$, 连接 CM . 探究在 $\triangle APQ$ 的旋转过程中, 线段 CM , CQ 之间的数量关系和位置关系.” 小明计划采用从特殊到一般的方法探究这个问题.

特例探究:

(1) 填空: 如图 3, 当 $\alpha=30^\circ$ 时, $\frac{CQ}{CM} = \underline{\hspace{2cm}}$, 直线 CQ 与 CM 所夹锐角的度数为 _____; 如图 4, 当 $\alpha=45^\circ$ 时, $\frac{CQ}{CM} = \underline{\hspace{2cm}}$, 直线 CQ 与 CM 所夹锐角的度数为 _____;

一般结论:

(2) 将 $\triangle APQ$ 绕点 A 逆时针方向旋转的过程中, 线段 CQ , CM 之间的数量关系如何 (用含 α 的式子表示)? 直线 CQ 与 CM 所夹锐角的度数是多少? 请仅就图 2 所示情况说明理由;

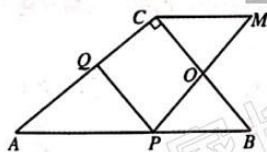


图 1

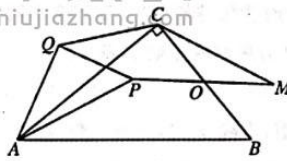


图 2

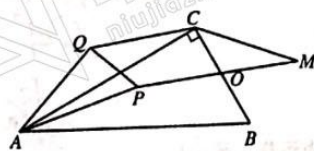


图 3

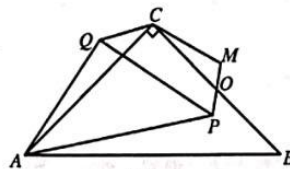


图 4

问题解决

(3) 如图 4, 在 $\text{Rt}\triangle ABC$ 中, 若 $AB=4$, $\alpha=45^\circ$, $AP=3$, 将 $\triangle APQ$ 由初始位置绕点 A 逆时针方向旋转 β 角 ($0^\circ < \beta < 180^\circ$), 当点 Q 到直线 AC 的距离为 2 时, 请直接写出线段 CM 的值.