2020-2021 高三三测理科数学评分参考

一、选择题

DCDDA　ACDBB　CB

二、填空题

12. -3;　14．$-84a^{\frac{1}{2}}b^{\frac{1}{2}}$;　15．$\dfrac{3+\sqrt{10}}{4}$;　16.　1010.

三、解答题

17.解：(1) 在 ΔABD 中，由余弦定理得 $AB^2+BD^2-2AB\cdot BD\cdot\cos B=AD^2$，

整理得 $BD^2-12BD+32=0$，所以 $BD=8$ 或 $BD=4$．

当 $BD=4$ 时，$\cos\angle ADB=\dfrac{16+49-81}{2\times4\times7}=-\dfrac{2}{7}$，则 $\angle ADB>\dfrac{\pi}{2}$，不合题意，舍去；

当 $BD=8$ 时，$\cos\angle ADB=\dfrac{64+49-81}{2\times8\times7}=\dfrac{2}{7}$，则 $\angle ADB<\dfrac{\pi}{2}$，符合题意.

所以 $BD=8$．……………6 分

(2) 在 ΔABD 中，$\cos\angle BAD=\dfrac{AB^2+AD^2-BD^2}{2AB\cdot AD}=\dfrac{11}{21}$，所以 $\sin\angle BAD=\dfrac{8\sqrt5}{21}$，

又 $\sin\angle ADB=\dfrac{3\sqrt5}{7}$，

所以 $\sin C=\sin(\angle ADB-\angle CAD)=\sin(\angle ADB-\angle BAD)=\dfrac{3\sqrt5}{7}\cdot\dfrac{11}{21}-\dfrac{2}{7}\cdot\dfrac{8\sqrt5}{21}=\dfrac{17\sqrt5}{147}$.

在 ΔACD 中，$\dfrac{CD}{\sin\angle CAD}=\dfrac{AD}{\sin C}$，所以 $CD=\dfrac{AD}{\sin C}\cdot\sin\angle CAD=\dfrac{7}{\frac{17\sqrt5}{147}}\cdot\dfrac{8\sqrt5}{21}=\dfrac{392}{17}$. 12 分

18 (1) 证明：$\because PC\perp$ 平面 $ABCD$，$AC\subset$ 平面 $ABCD$，$\therefore AC\perp PC$，……2 分

$AB=2$，$AD=CD=1$，$\therefore AC=BC=\sqrt2$

$\therefore AC^2+BC^2=AB^2$，$\therefore AC\perp BC$.

又 $BC\cap PC=C$，$\therefore AC\perp$ 平面 PBC，

$\because AC\subset$ 平面 EAC，$\therefore$ 平面 $EAC\perp$ 平面 PBC.　……………5 分

(2) 以 C 为原点，建立空间直角坐标系如图所示，

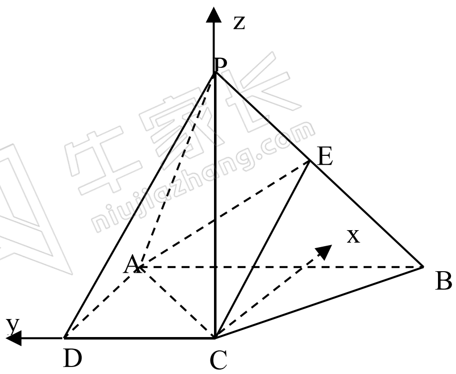
则 C（0，0，0），A（1，1，0），B（1，−1，0），

设 P（0，0，a）（a>1），则 E（$\dfrac{1}{2}$，$-\dfrac{1}{2}$，$\dfrac{a}{2}$），

$\overrightarrow{CA}=(1,1,0)$，$\overrightarrow{CE}=(\dfrac{1}{2},-\dfrac{1}{2},\dfrac{a}{2})$，$\overrightarrow{PA}=(1,1,-a)$，

设平面 EAC 的法向量 $\overrightarrow{m}=(x，y，z)$，

则 $\begin{cases}x+y=0,\\ \dfrac{1}{2}x-\dfrac{1}{2}y+az=0,\end{cases}$ $\therefore\ \overrightarrow{m}=(1,-1,-\dfrac{2}{a})$，



设直线 PA 与平面 EAC 所成角为 θ，则 $\sin\theta=|\cos<\overrightarrow{PA},\vec{m}>|=\dfrac{1-1+2}{\sqrt{2+\frac{4}{a^2}}\cdot\sqrt{2+a^2}}=\dfrac{\sqrt{2}}{3}$，

解得 $a^4-5a^2+4=0,\ a=2$ 或 $a=1$（舍去）.

取 $\overrightarrow{CB}=(1,-1,0)$，则 $\overrightarrow{CB}\cdot\overrightarrow{CP}=\overrightarrow{CB}\cdot\overrightarrow{CA}=0$，$\therefore$ $\overrightarrow{CB}$ 为面 PAC 的法向量，$\vec{m}=(1,-1,-1)$，

$\cos<\vec{m},\overrightarrow{CB}>|=\dfrac{2}{\sqrt{2}\cdot\sqrt{3}}=\dfrac{\sqrt{6}}{3}$，

所以二面角 $P-AC-E$ 的余弦值为 $\dfrac{\sqrt{6}}{3}$. ……………12 分

19.解：（1）由频率分布直方图，A、B、C 类芯片所占频率分别为 0.15，0.45，0.4，取出 C 类芯片的概率为 $\dfrac{2}{5}$，

设“抽出 C 类芯片不少于 2 件”为事件 A，$P(A)=(\dfrac{2}{5})^3+C_3^2(\dfrac{2}{5})^2\dfrac{3}{5}=\dfrac{44}{125}$. …………4 分

（2）（i）用 $y=c\cdot x^d$ 更适合； ……………6 分

（ii）$\ln y=\ln c+d\ln x$，令 $u=\ln x$，$\upsilon=\ln y$，则 $\upsilon=\ln c+du$，$\overline{u}=3.2,\overline{\upsilon}=5$，

由表中数据可得，$\hat{d}=\dfrac{\sum\limits_{i=1}^{5}u_i\upsilon_i-5\overline{u}\overline{v}}{\sum\limits_{i=1}^{5}u_i^2-5\overline{u}^2}=\dfrac{82.4-5\times3.3\times5}{56-5\times3.2^2}=\dfrac{2.4}{4.8}=\dfrac{1}{2}$，

则 $\ln c=\overline{\upsilon}-\hat{b}\overline{u}=5-\dfrac{1}{2}\times3.2=3.4$，所以，$\hat{\upsilon}=3.4+0.5u$，

即 $\ln\hat{y}=3.4+0.5\ln x=\ln\left(e^{3.4}\cdot x^{\frac{1}{2}}\right)$，

因为 $e^{3.4}=30$，所以 $\hat{y}=30x^{\frac{1}{2}}$. ……………10 分

（iii）当 $x=100$，$\hat{y}=30\sqrt{100}=300$.所以年销售量的预报值为 300 万件. ………12 分

20.解：（1）设切线 PB 的方程为 $y=kx+m$，代入抛物线的方程得 $x^2-4kx-4m=0$，

由相切的条件可得 $\Delta=16k^2+16m=0$，即 $k^2+m=0$，

由直线与圆相切可得圆心到直线距离 $d=\dfrac{|m+1|}{\sqrt{1+k^2}}=1$，即 $k^2=m^2+2m$，

所以 $m^2+3m=0$，$m=-3$ 或 $m=0$（舍去），$k^2=3,k=\pm3$. ……………6 分

（2）设切线方程为 $y-y_0=k(x-x_0)$，即 $kx-y+y_0-kx_0=0$，

圆心到直线距离 $d=\dfrac{|1+y_0-kx_0|}{\sqrt{1+k^2}}=1$，整理得 $k^2({x_0}^2-1)-(2x_0y_0+2x_0)k+{y_0}^2+2y_0=0$，

设 PA，PB 斜率分别为 k_1,k_2，则 $k_1+k_2=\dfrac{2x_0y_0+2x_0}{{x_0}^2-1},k_1\cdot k_2=\dfrac{{y_0}^2+2y_0}{{x_0}^2-1}$，

令 y=0，得 $x_A=x_0-\dfrac{y_0}{k_1}, x_B=x_0-\dfrac{y_0}{k_2}$，

$$|AB|=|(x_0-\frac{y_0}{k_1})-(x_0-\frac{y_0}{k_2})|=|\frac{y_0}{k_1}-\frac{y_0}{k_2}|=|\frac{k_1-k_2}{k_1k_2}|\cdot y_0=\frac{\sqrt{4({y_0}^2+6y_0)}}{{y_0}^2+2y_0}\cdot y_0=\frac{2\sqrt{{y_0}^2+6y_0}}{y_0+2}$$

$$S_{\Delta PAB}=\frac{1}{2}|AB|\cdot y_0=\frac{1}{2}\cdot\frac{2\sqrt{{y_0}^2+6y_0}}{y_0+2}\cdot y_0=\sqrt{\frac{({y_0}^2+6y_0){y_0}^2}{(y_0+2)^2}},$$

令 $f(y)=\dfrac{(y^2+6y)y^2}{(y+2)^2}, y\geq 2$，$f'(y)=\dfrac{2y^2(y^2+4y+18)}{(y+2)^3}>0$，

$f(y)$ 在 $[2,+\infty)$ 上单调递增，所以 $f(y)_{\min}=f(2)=4$.

所以 $S_{\Delta PAB}$ 的最小值为 2. ……………12 分

21.（1）解：由题意可得 f（x）的定义域为 $(0,+\infty)$，$f'(x)=1+\ln x-a$，

由 f'（x）<0，得 $0<x<e^{a-1}$；由 f'（x）>0，得 $x>e^{a-1}$.

则 f（x）在 $(0,e^{a-1})$ 上单调递减，在 $(e^{a-1},+\infty)$ 上单调递增.

故 $f'(x)_{\min}=f(e^{a-1})=1-e^{a-1}$. ……………5 分

（2）要证 $e^x(\ln x+\dfrac{1}{x})-(e^x+x)+\dfrac{4e^{x-2}}{x}>0$ 成立，即证

$e^x(x\ln x+1)-x(e^x+x)+4e^{x-2}>0$，即证 $e^x(x\ln x-x+1)-x^2+4e^{x-2}>0$，

即证 $x\ln x-x+1>\dfrac{x^2}{e^x}-\dfrac{4}{e^2}$.

设 g（x）$=x\ln x-x+1$，由（1）可知 g（x）$_{min}=g$（1）=0.

设 $h(x)=\dfrac{x^2}{e^x}-\dfrac{4}{e^2}(x>0)$, 则 $h'(x)=\dfrac{2x-x^2}{e^x}(x>0)$,

由 h'（x）>0，得 0<x<2；由 h'（x）<0，得 x>2，

则 h（x）在（0，2）上单调递增，在（2，+∞）上单调递减.

故 h（x）$_{max}=h$（2）=0，

因为 g（x）与 h（x）的最值不同时取得，所以 g（x）>h（x），即 $x\ln x-x+1=\dfrac{x^2}{e^x}-\dfrac{4}{e^2}$,

故当 x>0 时，不等式 e^x（$x\ln x+1$）$-x$（e^x+x）$+4e^{x-2}$>0 恒成立. ……………12 分

22.解：（1）因为直线$l:\rho\cos\left(\theta+\frac{\pi}{4}\right)=\frac{\sqrt{2}}{2}$，故$\rho\cos\theta-\rho\sin\theta-1=0$，

即直线l的直角坐标方程为$x-y-1=0$……………2 分

因为曲线C：$\rho^2(1+4\sin^2\theta)=4$，则曲线$C$的直角坐标方程为$x^2+4y^2=4$，

即$\frac{x^2}{4}+y^2=1$………4 分

（2）设直线l的参数方程为$\begin{cases}x=1+\frac{\sqrt{2}}{2}t,\\ y=\frac{\sqrt{2}}{2}t\end{cases}$（$t$为参数），

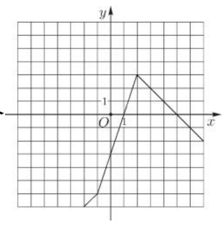
代入曲线C的直角坐标系方程得$5t^2+2\sqrt{2}t-6=0$.

设P，Q对应的参数分别为t_1，t_2，则$t_1t_2=-\frac{6}{5}$，$t_1+t_2=-\frac{2\sqrt{2}}{5}$，……………6 分

所以 M 对应的参数$t_0=\frac{t_1+t_2}{2}=-\frac{\sqrt{2}}{5}$，

故$\frac{|AP|+|AQ|}{|AM|}=\frac{|t_1|+|t_2|}{|t_0|}=\frac{|t_1-t_2|}{|t_0|}=\frac{\sqrt{(-\frac{2\sqrt{2}}{5})^2-4\cdot(-\frac{6}{5})}}{\frac{\sqrt{2}}{5}}=8$……………10 分

23.（1）$f(x)=\begin{cases}-x+5,x\geq 2\\ 3x-3,-1<x<2\\ x-5,x\leq -1\end{cases}$，图像如下所示……………5 分



（2）由（1）知，$f(x)_{\max}=3$，所以$t\geq 3,m=3$，利用柯西不等式

$$\frac{1}{a+c}+\frac{2}{b+c}=\frac{1}{3}\left(\frac{1}{a+c}+\frac{4}{2b+2c}\right)\left[(a+c)+(2b+2c)\right]$$

$$\geq\frac{1}{3}\left(\sqrt{\frac{1}{a+c}}\cdot\sqrt{a+c}+\sqrt{\frac{4}{2b+2c}}\cdot\sqrt{2b+2c}\right)^2=3$$

所以$\frac{1}{a+c}+\frac{2}{b+c}$最小值为 3.当且仅当$a+c=b+c=1$时等号成立……………10 分


高考志愿填报
教你如何选中心仪的大学
一对一预约咨询
0371－89996615