2020-2021 高三三测文科数学评分参考

一、选择题

DACDA　DAABA　CD

二、填空题

13. $\frac{6}{5}$；　14. $\sqrt{e}$；　15. $\frac{2\sqrt{6}}{3}$；　16.2.

三、解答题

17.（1）由条件④ $\cos 2A-\sqrt{3}\cos A=2$，可得 $2\cos^2 A-\sqrt{3}\cos A-3=0$，

解得或 $\cos A=-\frac{\sqrt{3}}{2}$，或 $\sqrt{3}$（舍去）……………………………………2 分

因为 $A\in(0,\pi)$，所以 $A=\frac{5\pi}{6}$；由条件③ $a^2+b^2-c^2=\frac{2\sqrt{3}}{3}ab$，可得 $\cos C=\frac{\sqrt{3}}{3}$，

因为 $\frac{1}{2}<\frac{\sqrt{3}}{3}<\frac{\sqrt{3}}{3}$，所以 $\frac{\pi}{6}<C<\frac{\pi}{3}$，……………………………………4 分

于是与 $A+C>\pi$ 矛盾，所以 ΔABC 不能同时满足③④……………………………5 分

（2）因为 ΔABC 同时满足上述条件中的三个，不能同时满足③④，

则满足三角形有解的所有组合为①②③①②④，……………………………6 分

若选择①②③：$b=\sqrt{6}$，$c=2$，$\cos C=\frac{\sqrt{3}}{3}$，所以 $\sin C=\frac{\sqrt{6}}{3}$……………8 分

因为 $\frac{b}{\sin B}=\frac{c}{\sin C}$，所以 $\sin B=1$……………10 分

因为 $B\in(0,\pi)$，所以 $B=\frac{\pi}{2}$，所以 ΔABC 为直角三角形……………………11 分

所以 $a=\sqrt{2}$，所以 ΔABC 的面积为 $S=\sqrt{2}$……………………………12 分

若选组合①②④：$b=\sqrt{6}$，$c=2$，$A=\frac{5\pi}{6}$，所以 ΔABC 的面积为 $S=\frac{\sqrt{6}}{2}$……12 分

18.解：证明：(1) PC 上存在一点 F，此点是 PC 的中点……………………1 分

取 PC 中点 F，连接 EF、AE、DF、AF，∵ $PD\perp$ 平面 $ABCD$，$PD//EF$.

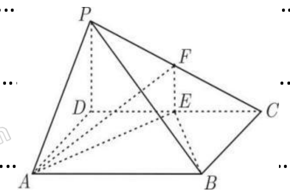
∴ $EF\perp$ 平面 $ABCD$，又 $BE\subset$ 平面 $ABCD$，∴ $EF\perp BE$. 而 $ABCD$ 为矩形, $AD=1$，

$AB=2$，故 $BE=AE=\sqrt{2}$，

∴在△ABE中，$AE^2+BE^2=AB^2$，即$AE\perp BE$. ……………………………………4 分

又$AE\cap EF=E$，则$BE\perp$平面AEF，又$AF\subset$面AEF，

∴.$BE\perp AF$ ……………………………………………………………………6 分



(2) $V_{E-ADF}=V_{F-ADE}$， ……………………………………………………7 分

因为$V_{F-ADE}=\dfrac{1}{12}$ ……………………………………………………9 分

$S_{\Delta ADF}=\dfrac{\sqrt{5}}{4}$ ……………………………………………………………………………10 分

设点E到平面AEF的距离为h,所以$h=\dfrac{\sqrt{5}}{5}$ ……………………………………12 分

19 解：（1）①60 岁以上人口比例是：（0.01+0.003+0.003）×10=0.16;

②少年（14 岁以下）人口比例：小于 0.1+0.05=0.15;

③老少比：0.16:0.15>30%;

④由于 1-41 岁人口比例 0.53，所以年龄中位数在 31-40 岁范围内.

所以由以上四条中任意两条均可分析出该地区人口已经老龄化(考生答对两条即可,每条 2 分)…………………………………4 分

（2）0.03×1000 万×70%=21 万人……………………………………………………………6 分

（3）由图 1、2 可知该地区年龄段 18-30 岁的人口为 180-230 万之间，签约率为 30.3%；

年龄段 31-50 岁的人口数为（0.20+0.16）×1000 万=360 万，签约率为 37.1%；

年龄段 51-60 岁的人口数为 0.15×1000 万=150 万，签约率为 55.7%；

年龄段 61-70 岁的人口数为 0.1×1000 万=100 万，签约率为 61.7%；

年龄段 71-80 岁的人口数为 0.03×1000 万=30 万，签约率为 70%；

年龄段 80 岁以上的人口数为 0.03×1000 万=30 万，签约率为 75.8%.

由以上数据可知，这个地区在 31-50 岁这个年龄段人数为 360 万，基数较其他地区是最大的，且签约率仅为 37.1，比较低，所以应着重提高此年龄段的签约率…………………………12 分

20.解：（1）$f'(x)=\dfrac{-2\sin x}{e^x}$，……………………………………………………………1 分

令$f'(x)>0$，则 $2\sin x<0$，

所以$f(x)$的单调递增区间是:$(\pi+2k\pi,2\pi+2k\pi)k\in Z$;……………………………3 分

单调递减区间是：$(2k\pi,\pi+2k\pi)k\in Z$. ……………………………………………………4 分

(2)原命题等价于：在区间$(0,\frac{\pi}{2})$上方程$\frac{-2\sin x}{e^x}=-2$无解..............................6 分

令$g(x)=\frac{\sin x}{e^x}$，则 $g'(x)=\frac{\cos x-\sin x}{e^x}=\frac{\sin(\frac{\pi}{4}-x)}{e^x}$； ....8 分

当$x\in(0,\frac{\pi}{4})$时，$g'(x)>0$,所以$g(x)$的单调递增区间是$(0,\frac{\pi}{4})$；

同理，$g(x)$单调递减区间是$(\frac{\pi}{4},\frac{\pi}{2})$；...…10 分

因为$g(x)$的最大值是$g(\frac{\pi}{4})=\frac{\sqrt{2}}{2}e^{-\frac{\pi}{4}}<1$，所以不存在斜率为-2 的切线......................12 分

21 解：（1）b=1，$e^2=1-\frac{b^2}{a^2}=\frac{2}{3},\frac{b^2}{a^2}=\frac{1}{3},a=\sqrt{3}$ ……………………………………………2 分

$\frac{x^2}{3}+y^2=1$. ....4 分

(2)设$E(x_1,y_1),F(x_2,y_2),M(x_3,y_3),N(x_4,y_4)$,则$x_1^2+3y_1^2=3$， ①$x_2^2+3y_2^2=3$， ②

又$P(-2,0)$，所以可设$k_1=k_{PE}=\frac{y_1}{x_1+2}$，直线$PE$的方程为$y=k_1(x+2)$，

由$\begin{cases}y=k_1(x+2)\\\frac{x^2}{3}+y^2=1\end{cases}$ 消去y可得$(1+3k_1^2)x^2+12k_1^2x+12k_1^2-3=0$， ....6 分

则$x_1+x_3=-\frac{12k_1^2}{1+3k_1^2}$，即$x_3=-\frac{12k_1^2}{1+3k_1^2}-x_1$，

又$k_1=\frac{y_1}{x_1+2}$，代入①式可得$x_3=\frac{-7x_1-12}{4x_1+7}$，所以$y_3=\frac{y_1}{4x_1+7}$，

所以，$M(\frac{-7x_1-12}{4x_1+7},\frac{y_1}{4x_1+7})$同理可得$N(\frac{-7x_2-12}{4x_2+7},\frac{y_2}{4x_2+7})$,.........................10 分

又因为$Q\left(-\frac{7}{4},\frac{1}{4}\right)$，由$Q$、$M$、$N$三点共线，

可得$\frac{y_1-y_2}{x_1-x_2}=1$，即$k=1$...12 分

22.解：（1）因为直线$l:\rho\cos\left(\theta+\frac{\pi}{4}\right)=\frac{\sqrt{2}}{2}$，故$\rho\cos\theta-\rho\sin\theta-1=0$，

即直线l的直角坐标方程为$x-y-1=0$................2 分

因为曲线C：$\rho^2(1+4\sin^2\theta)=4$，则曲线$C$的直角坐标方程为$x^2+4y^2=4$，

即$\dfrac{x^2}{4}+y^2=1$……….4 分

（2）设直线l的参数方程为$\begin{cases} x=1+\dfrac{\sqrt{2}}{2}t, \\ y=\dfrac{\sqrt{2}}{2}t \end{cases}$（$t$为参数），代入曲线$C$的直角坐标系方程得

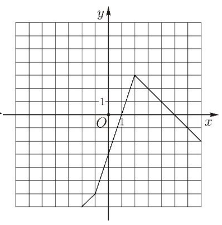
$5t^2+2\sqrt{2}t-6=0$．

设P，Q对应的参数分别为t_1，t_2，则$t_1t_2=-\dfrac{6}{5}$，$t_1+t_2=-\dfrac{2\sqrt{2}}{5}$，……………6 分

所以 M 对应的参数$t_0=\dfrac{t_1+t_2}{2}=-\dfrac{\sqrt{2}}{5}$，

故$\dfrac{|AP|+|AQ|}{|AM|}=\dfrac{|t_1|+|t_2|}{|t_0|}=\dfrac{|t_1-t_2|}{|t_0|}=\dfrac{\sqrt{(-\frac{2\sqrt{2}}{5})^2-4\cdot(-\frac{6}{5})}}{\frac{\sqrt{2}}{5}}=8$……………10 分

23.（1）$f(x)=\begin{cases} -x+5, x\geq 2 \\ 3x-3, -1<x<2 \\ x-5, x\leq -1 \end{cases}$，图像如下所示……………5 分



（2）由（1）知，$f(x)_{\max}=3$，所以$t\geq 3, m=3$，利用柯西不等式

$\dfrac{1}{a+c}+\dfrac{2}{b+c}=\dfrac{1}{3}\left(\dfrac{1}{a+c}+\dfrac{4}{2b+2c}\right)\left[(a+c)+(2b+2c)\right]$

$\geq \dfrac{1}{3}\left(\sqrt{\dfrac{1}{a+c}}\cdot\sqrt{a+c}+\sqrt{\dfrac{4}{2b+2c}}\cdot\sqrt{2b+2c}\right)^2=3$.

所以$\dfrac{1}{a+c}+\dfrac{2}{b+c}$最小值为 3.当且仅当$a+c=b+c=1$时等号成立……………10 分