

2020-2021 郑州市第二次质量预测文科数学评分参考

一、选择题：本大题共 12 个小题，每小题 5 分，共 60 分.

1.B ; 2.C; ; 3.D; 4.D; 5.B; 6.C; 7.A; 8.B; 9.A; 10.D; 11.C; 12.B.

二、填空题（每题 5 分，满分 20 分.）

13. $\ln 3 - 1$; 14. 3 ; 15. $\frac{3\sqrt{3}}{2}$; 16. $\left(\frac{\sqrt{2}}{2}, \sqrt{2}\right)$.

三、解答题:共 70 分.

17. 解：（1）①与 2016 年相比,2020 年第三产业的收入占比大幅度增加;②2016 年第三产业的收入为 0.3 百万元,2020 年第三产业的收入为 6 百万元,收入大幅度增加;③与 2016 年相比,种植业收入占比减少,但种植业收入依然保持增长;(学生任选两个角度作答即可得分)3 分

（2）由表格数据可得： $\bar{x} = \frac{1}{5}(1+2+3+4+5) = 3$, $\bar{y} = \frac{1}{5}(5+9+14+17+20) = 13.5$ 分

$$\sum_{i=1}^5 x_i^2 = 1^2 + 2^2 + 3^2 + 4^2 + 5^2 = 55, \quad \sum_{i=1}^5 x_i y_i = 1 \times 5 + 2 \times 9 + 3 \times 14 + 4 \times 17 + 5 \times 20 = 233,$$

$$\text{则 } \hat{b} = \frac{\sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x})(y_i - \bar{y})}{\sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x})^2} = \frac{\sum_{i=1}^n x_i y_i - n \bar{x} \bar{y}}{\sum_{i=1}^n x_i^2 - n \bar{x}^2} = \frac{233 - 5 \times 3 \times 13.5}{55 - 5 \times 3^2} = 3.8, \dots\dots\dots 8 \text{ 分}$$

$\hat{a} = \bar{y} - \hat{b}\bar{x} = 1.6$, 则经济收入 y 关于 x 的线性回归方程为 $\hat{y} = 3.8x + 1.6$, $\dots\dots\dots 10$ 分

当 $x = 10$ 时, $\hat{y} = 39.6$, 则 2025 年时该地区的经济收入大约为 3960 万元. $\dots\dots\dots 12$ 分

18. （1）选① $\dots\dots\dots 1$ 分

设等差数列 $\{a_n\}$ 的公差为 d ,

$$\because 2a_1 = 2, \quad a_5 = 5(a_4 - a_3), \quad \therefore a_1 + 4d = 5(a_1 + 3d - a_1 - 2d), \quad \therefore a_1 = d = 1.$$

$$\therefore a_n = 1 + (n-1) \times 1 = n. \quad \dots\dots\dots 3 \text{ 分}$$

由题意知 $b_1 = 2, b_5 = 4(b_4 - b_3)$, 设等比数列 $\{b_n\}$ 的公比为 q , $b_1 q^4 = 4(b_1 q^3 - b_1 q^2)$,

$$\text{即 } q^2 - 4q + 4 = 0, \quad \dots\dots\dots 4 \text{ 分}$$

解得 $q = 2$, 所以 $\{b_n\}$ 是一个以 2 为首项, 2 为公比的等比数列.

$$\therefore b_n = 2 \times 2^{n-1} = 2^n. \quad \dots\dots\dots 5 \text{ 分}$$

选②.....1分

令 $n=1$, 则 $\therefore b_2 = S_1 + 2 = 4$,3分

$\therefore q=2$. $b_n = 2^n$ 5分

(2) 由 (1) 知 $a_n - b_n = n - 2^n$,6分

$\therefore T_n = (1+2+3+\dots+n) - (2^1+2^2+2^3+\dots+2^n)$,8分

$\therefore T_n = \frac{n(1+n)}{2} - \frac{2(1-2^n)}{1-2} \therefore T_n = 2 - 2^{n+1} + \frac{n^2}{2} + \frac{n}{2}$12分

19. 解: (1) 取 BB_1 上靠近 B 的三等分点 G , 连接 DM, DN, GN, GA .

因为点 N 在 CC_1 上, 且 $C_1N=2CN$, 所以 $NG \parallel BC$, 且 $NG=BC$,

又因为 $ABCD$ 为正方形, 所以 $AD \parallel BC$, 且 $AD=BC$,

所以 $AD \parallel NG$, 且 $AD=NG$,3分

所以四边形 $ADNG$ 为平行四边形, 所以 $DN \parallel AG$, 且 $DN=AG$, ①

在平面 ABB_1A_1 内, M 在 AA_1 上, 且 $AM=2MA_1$, 所以 $AM \parallel B_1G$, 且

$AM=B_1G$, 所以 AMB_1G 为平行四边形.....4分

所以 $AG \parallel MB_1$, $AG=MB_1$, ②

由①②得, $DN \parallel MB_1$, 所以 D, N, M, B_1 四点共面.

所以点 D 在平面 B_1MN 内.6分

(2) 因为 $ABCD - A_1B_1C_1D_1$ 是正四棱柱, 所以 $AA_1 \perp$ 平面 $ABCD$, 而 $BD \subset$ 平面 $ABCD$,

所以 $BD \perp AA_1$,8分

又因为 $AC \perp BD$, 又 $AC \cap AA_1 = A$.

所以 $BD \perp$ 平面 AA_1C_1C ,10分

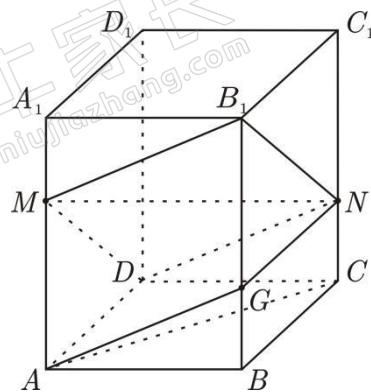
又因为点 M, N 分别在棱 AA_1, CC_1 上, 所以 $MN \subset$ 平面 AA_1C_1C ,

所以 $BD \perp MN$12分

20. (1) 证明: 由题意知 $F(2, 0)$, $l: x=-2$2分

设 $A\left(\frac{y_1^2}{8}, y_1\right)$, $B\left(\frac{y_2^2}{8}, y_2\right)$,

则直线 $AO: y = \frac{8}{y_1}x$, 令 $x=-2$ 可得点 C 的纵坐标为 $y_C = -\frac{16}{y_1}$3分



设直线 $AB: x = my + 2$, 代入 $y^2 = 8x$ 得:

$$y^2 - 8my - 16 = 0, \text{ 所以 } y_1 y_2 = -16. \text{ 从而 } y_2 = -\frac{16}{y_1}.$$

从而 $y_2 = y_C$, 即直线 $BC \parallel x$ 轴.5 分

(2) 证明: 设 $A(x_1, y_1), B(x_2, y_2)$, 由 $BE \perp BF$, 则 $|BE|^2 + |BF|^2 = |EF|^2$,

$$\text{即 } (x_2 + 2)^2 + (x_2 - 2)^2 + 2y_2^2 = 16, \dots\dots\dots 7 \text{ 分}$$

由 $y_2 = 8x_2^2$, 则 $x_2^2 + 8x_2 - 4 = 0$, 由 $x_2 > 0$, 则 $x_2 = -4 + 2\sqrt{5}$. 由 AB 与 x 轴不垂直, 设直线 AB 的方程 $y = k(x - 2)$,8 分

$$\text{则 } \begin{cases} y = k(x - 2), \\ y^2 = 8x, \end{cases} \text{ 整理得: } k^2 x^2 - (4k^2 + 8)x + 4k^2 = 0, \dots\dots\dots 10 \text{ 分}$$

$$\text{则 } x_1 x_2 = 4, \text{ 则 } x_1 = 4 + 2\sqrt{5}, \therefore \|AF\| - \|BF\| = |x_1 - x_2| = 8 \dots\dots\dots 12 \text{ 分}$$

21. 解: (1) 由题意得, $f(x)$ 的定义域为 $(0, +\infty)$, $f'(x) = \frac{1}{x} - a = \frac{1 - ax}{x}$,1 分

当 $a \leq 0$ 时, $f'(x) > 0$ 恒成立, $\therefore f(x)$ 在 $(0, +\infty)$ 上单调递增.

当 $a > 0$ 时, 令 $f'(x) > 0$, 解得 $0 < x < \frac{1}{a}$; 令 $f'(x) < 0$, 解得 $x > \frac{1}{a}$,3 分

$\therefore f(x)$ 在 $(0, \frac{1}{a})$ 上单调递增, 在 $(\frac{1}{a}, +\infty)$ 上单调递减.5 分

(2) 要证 $\frac{2e^x}{xe^2} - a(x+1) > f(x)$, 即证 $\frac{2}{e^2} \cdot \frac{e^x}{x} - \ln x > 0$6 分

$$\text{令 } g(x) = \frac{2}{e^2} \cdot \frac{e^x}{x} - \ln x, \text{ 则 } g'(x) = \frac{2(x-1)e^x - e^2 x}{e^2 x^2}.$$

$$\text{令 } r(x) = 2(x-1)e^x - e^2 x, \text{ 则 } r'(x) = 2xe^x - e^2, \dots\dots\dots 7 \text{ 分}$$

易得 $r'(x)$ 在 $(0, +\infty)$ 上单调递增, 且 $r'(1) = 2e - e^2 < 0$, $r'(2) = 3e^2 > 0$,

\therefore 存在唯一的实数 $x_0 \in (1, 2)$, 使得 $r'(x_0) = 0$,

$\therefore r(x)$ 在 $(0, x_0)$ 上单调递减, 在 $(x_0, +\infty)$ 上单调递增.9 分

$\because r(0) < 0$, $r(2) = 0$, \therefore 当 $r(x) > 0$ 时, $x > 2$; 当 $r(x) < 0$ 时, $0 < x < 2$,

$\therefore g(x)$ 在 $(0, 2)$ 上单调递减, 在 $(2, +\infty)$ 上单调递增,

$\therefore g(x) \geq g(2) = 1 - \ln 2 > 0$11 分

综上, $\frac{2}{e^2} \cdot \frac{e^x}{x} - \ln x > 0$, 即 $\frac{2e^x}{xe^2} + 1 + (a+1)x > f(x)$12 分

22. (I) $\rho = 4\sqrt{2} \left(\sin \theta \cdot \frac{\sqrt{2}}{2} + \cos \theta \cdot \frac{\sqrt{2}}{2} \right) - 2 \cos \theta = 4 \sin \theta + 2 \cos \theta$,2 分

$\rho^2 = 4\rho \sin \theta + 2\rho \cos \theta$, $\therefore x^2 + y^2 = 4y + 2x$,4 分

\therefore 圆 C_2 的直角坐标方程是 $x^2 + y^2 - 2x - 4y = 0$ 5 分

(II) 因为曲线 C_1 与 C_2 有且仅有一个公共点, 说明直线 $y = \tan \alpha \cdot x + 5$ 与圆 C_2 相切, C_2

圆心为 $(1, 2)$, 半径为 $\sqrt{5}$, 则 $\frac{|\tan \alpha + 3|}{\sqrt{1 + \tan^2 \alpha}} = \sqrt{5}$, 解得 $\tan \alpha = 2$ 或 $\tan \alpha = -\frac{1}{2}$ (舍

去),8 分

所以 $\sin^2 \alpha - \sin \alpha \cos \alpha = \frac{\sin^2 \alpha - \sin \alpha \cos \alpha}{\sin^2 \alpha + \cos^2 \alpha} = \frac{\tan^2 \alpha - \tan \alpha}{\tan^2 \alpha + 1} = \frac{2}{5}$10 分

23. (I) 由题意得: $f(x) = |2x - 4| + |x + 1| = \begin{cases} 3x - 3, & x \geq 2 \\ -x + 5, & -1 \leq x < 2 \\ -3x + 3, & x < -1 \end{cases}$ 2 分

① 当 $x \geq 2$ 时, 由 $3x - 3 \geq 5$ 得: $x \geq \frac{8}{3}$, $\therefore x \geq \frac{8}{3}$;

② 当 $-1 \leq x < 2$ 时, 由 $-x + 5 \geq 5$ 得: $x \leq 0$, $\therefore -1 \leq x \leq 0$;

③ 当 $x < -1$ 时, 由 $-3x + 3 \geq 5$ 得: $x \leq -1$, $\therefore x \leq -1$;4 分

综上所述: 不等式 $f(x) \geq 5$ 的解集为 $(-\infty, 0] \cup \left[\frac{8}{3}, +\infty\right)$5 分

(II) $f(x) \geq a^2 - 2a + 4$ 恒成立等价于 $f(x)_{\min} \geq a^2 - 2a + 4$,6 分

$\therefore f(x) = |2x - 4| + |x + a| = |x - 2| + |x - 2| + |x + a|$
 $\geq |x - 2| + |x + a| \geq |(x + a) - (x - 2)| = a + 2$, 等号成立条件是 $x = 2$,8 分

$\therefore f(x)_{\min} = a + 2$, $\therefore a + 2 \geq a^2 - 2a + 4$, 解得: $1 \leq a \leq 2$,

∴ 实数 a 的取值范围为 $[1, 2]$.

.....10 分

加群步骤

- ① 长按下方二维码+小牛好友
- ② 备注 “孩子年级”
加入【牛家长微信群】
- ③ 第一时间了解最新升学动态



牛家长（微信）

微 信 公 众 号

郑州牛家长



升学信息 | 原创干货 | 家长社群 | 公益活动

