2020年全国普通高等学校招生统一考试

文科数学（全国新课标I）

一、选择题：本题共12小题，每小题5分，共60分．在每小题给出的四个选项中，只有一项是符合题目要求的．

1．已知集合 $A=\{x|x^2-3x-4<0\}$，$B=\{-4,1,3,5\}$，则 $A\cap B=$

A．$\{-4,1\}$　　B．$\{1,5\}$　　C．$\{3,5\}$　　D．$\{1,3\}$

【答案】D(微信公众号：数学研讨)

【解析】由不等式 $x^2-3x-4<0$ 解得 $-1<x<4$，所以 $A\cap B=\{1,3\}$，答案选D．

2．若 $z=1+2i+i^3$，则 $|z|=$

A．0　　B．1　　C．$\sqrt{2}$　　D．2

【答案】C

【解析】$z=1+2i+i^3=1+2i+i^2\cdot i=1+2i-i=1+i$，所以 $|z|=\sqrt{1^2+(-1)^2}=\sqrt{2}$，答案选C．

3．埃及胡夫金字塔是古代世界建筑奇迹之一，它的形状可视为一个正四棱锥.以该四棱锥的高为边长的正方形面积等于该四棱锥一个侧面三角形的面积，则其侧面三角形底边上的高与底面正方形的边长的比值为

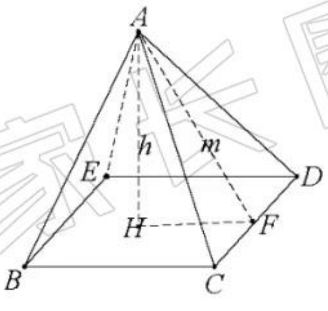
A．$\dfrac{\sqrt{5}-1}{4}$

B．$\dfrac{\sqrt{5}-1}{2}$

C．$\dfrac{\sqrt{5}+1}{4}$

D．$\dfrac{\sqrt{5}+1}{2}$

【答案】C



【解析】设正四棱锥边长为 a，有 $\begin{cases} h^2=\dfrac{1}{2}am \\ (\dfrac{1}{2}a)^2+h^2=m^2 \end{cases}$，

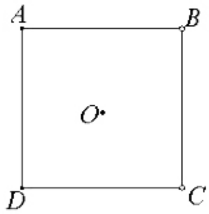
$\therefore \dfrac{1}{2}am+\dfrac{1}{4}a^2=m^2$，整理得 $4m^2-2am-a^2=0$，

令 $\dfrac{m}{a}=t$，$\therefore 4t^2-2t-1=0$，$\therefore t_1=\dfrac{1+\sqrt{5}}{4}$，$t_2=\dfrac{1-\sqrt{5}}{4}$（舍），答案选C．

4．设 O 为正方形 $ABCD$ 的中心，在 O，A，B，C，D 中任取3点，则取到的3点共线的概率为

A．$\dfrac{1}{5}$　　B．$\dfrac{2}{5}$　　C．$\dfrac{1}{2}$　　D．$\dfrac{4}{5}$

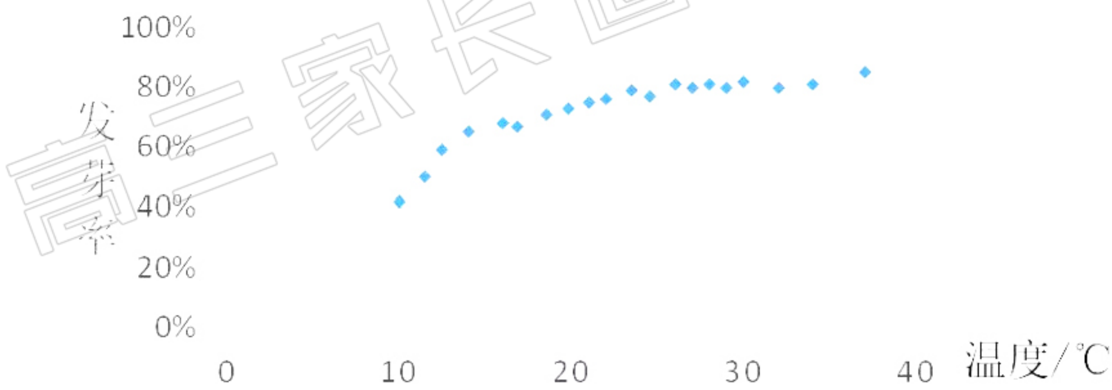
【答案】A



【解析】如图，一共有 10 种选取方法，

当选取 AOC 和 BOD 时符合要求，故 $p=\frac{2}{10}=\frac{1}{5}$，答案选 A．

5．某校一个课外学习小组为研究某作物种子的发芽率 y 和温度 x（单位: °C）的关系，在 20 个不同温度条件下进行种子发芽实验，由实验数据 (x_i,y_i) $(i=1,2,\cdots,20)$ 得到下面的散点图：



由此散点图，在 10°C 至 40°C 之间，下面四个回归方程类型中最适宜作为发芽率 y 和温度 x 的回归方程类型的是

A．$y=a+bx$　　B．$y=a+bx^2$　　C．$y=a+be^x$　　D．$y=a+b\ln x$

【答案】D

【解析】图象与对数函数图象相近，所以答案选 D．

6．已知圆 $x^2+y^2-6x=0$，过点 $(1,2)$ 的直线被该圆所截得的弦的长度的最小值为

A．1　　B．2　　C．3　　D．4

【答案】B

【解析】$(x-3)^2+y^2=9$，设 $y=k(x-1)+2$，$\therefore kx-y+2-k=0$，$d=\frac{|3k+2-k|}{\sqrt{k^2+1}}=\frac{2|k+1|}{\sqrt{k^2+1}}$，$\therefore d^2{}_{\max}=8$，

∴弦长最小值为 2，答案选 A．

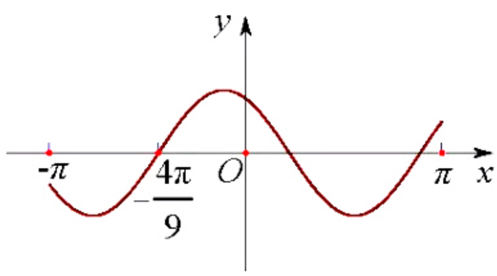
7．设函数 $f(x)=\cos\left(\omega x+\frac{\pi}{6}\right)$ 在 $[-\pi,\ \pi]$ 的图像大致如下图，则 $f(x)$ 的最小正周期为

A．$\frac{10\pi}{9}$

B．$\frac{7\pi}{6}$

C．$\frac{4\pi}{3}$

D．$\frac{3\pi}{2}$



【答案】C

【解析】将$\left(-\frac{4\pi}{9},0\right)$带入$f(x)=\cos\left(\omega x+\frac{\pi}{6}\right)$得$\cos\left(-\frac{4\pi}{9}\omega+\frac{\pi}{6}\right)=0$，$-\frac{4\pi}{9}\omega+\frac{\pi}{6}=-\frac{\pi}{2}$，

解得$\omega=\frac{3}{2}$，$T=\frac{2\pi}{\omega}=\frac{4\pi}{3}$，答案选C.

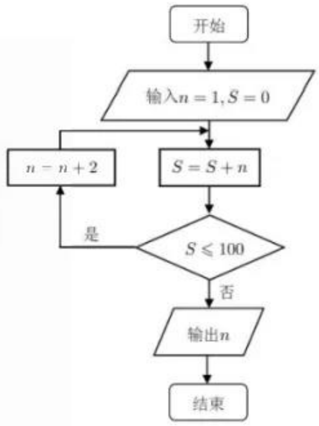
8．设$a\log_3 4=2$，则$4^{-a}=$

A．$\frac{1}{16}$　　B．$\frac{1}{9}$　　C．$\frac{1}{8}$　　D．$\frac{1}{6}$

【答案】B

【解析】因为$a\log_3 4=\log_3 4^a=2$，所以$4^a=3^2=9$，所以$4^{-a}=\frac{1}{4^a}=\frac{1}{9}$，答案选B.

9．执行右面的程序框图，则输出的n=



A．17

B．19

C．21

D．23

【答案】C

【解析】输入$n=1$，$S=0$，则

$S=S+n=1$，$S\leq 100$，$n=n+2=3$，

$S=S+n=1+3=5$，$S\leq 100$，$n=n+2=5$，

$S=S+n=1+3+5=10$，$S\leq 100$，$n=n+2=7$，

利用所以等差数列的求和公式$S_n=na_1+\frac{n(n-1)}{2}d$可知$a_1=1$，$a_2=3$，$a_3=5$，

$S_n=n+n(n-1)\leq 100$，解得$-10\leq n\leq 10$，

故当$a_{11}=1+10\times 2=21$时，不满足$S\leq 100$条件，故输出$n=21$，答案选C.

10．设$\{a_n\}$是等比数列，且$a_1+a_2+a_3=1$，$a_2+a_3+a_4=2$，则$a_6+a_7+a_8=$

A．12　　B．24　　C．30　　D．32

【答案】D

【解析】设等比数列$\{a_n\}$的公比为q，$a_1+a_2+a_3=1$，$a_2+a_3+a_4=2$，所以$q(a_1+a_2+a_3)=2$，

解得$q=2$，所以$a_6+a_7+a_8=q^5(a_1+a_2+a_3)=2^5=32$，答案选D.

11．设F_1,F_2是双曲线$C:x^2-\frac{y^2}{3}=1$的两个焦点，O为坐标原点，点P在C上且$|OP|=2$，则$\triangle PF_1F_2$的面积为

A．$\frac{7}{2}$　　B．3　　C．$\frac{5}{2}$　　D．2

【答案】B

【解析】由题知 $a=1,b=\sqrt{3},c=2,F_1(-2,0),F_2(2,0)$，因为 $|OP|=2$，故点 P 在以 F_1,F_2 为直径的圆上，故 $PF_1\perp PF_2$，则 $|PF_1|^2+|PF_2|^2=(2c)^2=16$.由双曲线定义知 $\left||PF_1|-|PF_2|\right|=2a=2$，所以 $|PF_1|^2+|PF_2|^2-2|PF_1||PF_2|=4$，所以 $|PF_1||PF_2|=6$，所以 ΔPF_1F_2 的面积为 $\frac{1}{2}|PF_1||PF_2|=3$，答案选 B.

12．已知 A,B,C 为球 O 的球面上的三个点，$\odot O_1$ 为 ΔABC 的外接圆，若 $\odot O_1$ 的面积为 4π，$AB=BC=AC=OO_1$，则球 O 的表面积为

A．64π　　B．48π　　C．36π　　D．32π

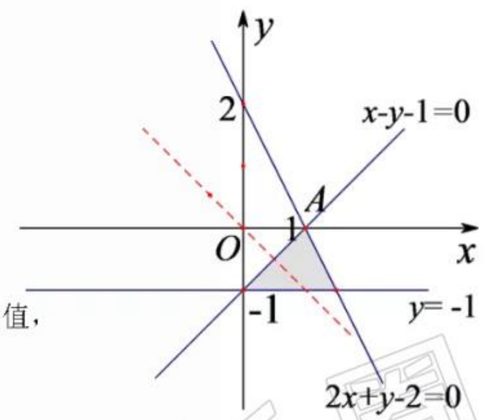
【答案】A

【解析】由题知 $\odot O_1$ 的半径 r 为 2，由正弦定理知 $\frac{AB}{\sin C}=2r$，则 $OO_1=AB=2r\sin 60°=2\sqrt{3}$，所以球 O 的半径 $R=\sqrt{r^2+OO_1^2}=4$，所以球 O 的表面积为 $4\pi R^2=64\pi$，答案选 A.

二、填空题：本大题共 4 小题，每小题 5 分，共 20 分．将答案填在答题卡的相应位置．

13．若 x，y 满足约束条件 $\begin{cases}2x+y-2\le 0\\ x-y-1\ge 0\\ y+1\ge 0\end{cases}$，则 $z=x+7y$ 的最大值为______.

【答案】1



【解析】如图，作出约束条件 $\begin{cases}2x+y-2\le 0\\ x-y-1\ge 0\\ y+1\ge 0\end{cases}$ 所表示的可行域.

易得 A 点的坐标为 $A(1,0)$，当目标函数经过 A 点时，z 取得最大值，

可得 $z=x+7y$ 的最大值为 $1+7\times 0=1$.

14．设向量 $\boldsymbol{a}=(1,-1)$，$\boldsymbol{b}=(m+1,2m-4)$，若 $\boldsymbol{a}\perp\boldsymbol{b}$，则 m=______.

【答案】5

【解析】由 $\boldsymbol{a}\perp\boldsymbol{b}$，可得 $\boldsymbol{a}\bullet\boldsymbol{b}=1\times(m+1)+(-1)\times(2m-4)=0$，解得 m=5.

15．曲线 $y=\ln x+x+1$ 的一条切线的斜率为 2，则该切线的方程为________.

【答案】 $2x-y=0$

【解析】 设切点为 (x_0,y_0)，$y=\ln x+x+1$ 求导得 $y'=\frac{1}{x}+1$，依题有 $\frac{1}{x_0}+1=2$ 得 $x_0=1$，

所以 $y_0=\ln 1+1+1=2$，切线方程为 $y-2=2(x-1)$ 即 $2x-y=0$.

16．数列$\{a_n\}$满足$a_{n+2}+(-1)^n a_n=3n-1$，前16项和为540，则$a_1=$________.

【答案】$a_1=7$

【解析】当n为偶数时有$a_{n+2}+a_n=3n-1$，

所以$(a_2+a_4)+(a_6+a_8)+(a_{10}+a_{12})+(a_{14}+a_{16})=5+17+29+41=92$.

前16项和为540，所以$a_1+a_3+a_5+a_7+a_9+a_{11}+a_{13}+a_{15}=448$.

当n为奇数时有$a_{n+2}-a_n=3n-1$，由累加法得$a_{n+2}-a_1=3(1+3+5+\cdots+n)-\frac{1+n}{2}=\frac{3}{4}\times n^2+n+\frac{1}{4}$，

所以$a_{n+2}=\frac{3}{4}\times n^2+n+\frac{1}{4}+a_1$.

所以$a_1+(\frac{3}{4}\times 1^2+1+\frac{1}{4}+a_1)+(\frac{3}{4}\times 3^2+3+\frac{1}{4}+a_1)+(\frac{3}{4}\times 5^2+5+\frac{1}{4}+a_1)+(\frac{3}{4}\times 7^2+7+\frac{1}{4}+a_1)$

$+(\frac{3}{4}\times 9^2+9+\frac{1}{4}+a_1)+(\frac{3}{4}\times 11^2+11+\frac{1}{4}+a_1)+(\frac{3}{4}\times 13^2+13+\frac{1}{4}+a_1)=448$，得$a_1=7$.

三、解答题：共70分．解答应写出文字说明、证明过程或演算步骤．第17～21题为必考题，每个试题考生都必须作答．第22、23题为选考题，考生根据要求作答．

（一）必考题：共60分．

17．（12分）

某厂接受了一项加工业务，加工出来的产品（单位：件）按标准分为A，B，C，D四个等级．加工业务约定：对于A级品、B级品、C级品，厂家每件分别收取加工费90元，50元，20元；对于D级品，厂家每件要赔偿原料损失费50元．该厂有甲、乙两个分厂可承接加工业务．甲分厂加工成本费为25元/件，乙分厂加工成本费为20元/件．厂家为决定由哪个分厂承接加工业务，在两个分厂各试加工了100件这种产品，并统计了这些产品的等级，整理如下：

甲分厂产品等级的频数分布表

等级	A	B	C	D
频数	40	20	20	20

乙分厂产品等级的频数分布表

等级	A	B	C	D
频数	28	17	34	21

（1）分别估计甲、乙两分厂加工出来的一件产品为A级品的概率；

(2)分别求甲、乙两分厂加工出来的100件产品的平均利润，以平均利润为依据，厂家应选哪个分厂承接加工业务？

【答案】（1）0.4和0.28；（2）$x+y+z=1$.

【解析】（1）由频数分布表可知，甲分厂加工出来的一件产品为A级品的频数为40，故频率为$\frac{40}{100}$=0.4，

乙分厂加工出来的一件产品为A级品的频数为28，故频率为$\frac{28}{100}$=0.28；

用频率估计概率，甲、乙两分厂加工出来的一件产品为 A 级品的概率 0.4 和 0.28 .

（2）甲分厂加工四个等级的频率分别为 $0.4, 0.2, 0.2, 0.2$，

故甲分厂的平均利润为：$(90-25)\times 0.4+(50-25)\times 0.2+(20-25)\times 0.2+(-50-25)\times 0.2=15$（元）；

乙分厂加工四个等级的频率分别为 $0.28, 0.17, 0.34, 0.21$；

故乙分厂的平均利润为 $(90-20)\times 0.28+(50-20)\times 0.17+(20-20)\times 0.34+(-50-20)\times 0.21=10$（元）；

$\because 15>10$，故厂家应选择甲分厂承接加工业务.

18.（12 分）

ΔABC 的内角为 A，B，C 的对边分别为 a，b，c，已知 $B=150°$.

（1）若 $a=\sqrt{3}c$，$b=2\sqrt{7}$，求 ΔABC 的面积；

（2）若 $\sin A+\sqrt{3}\sin C=\dfrac{\sqrt{2}}{2}$，求 C .

【答案】(1) $S_{\Delta ABC}=\sqrt{3}$；(2) $C=\dfrac{\pi}{12}$.

【解析】(1) 由余弦定理可得 $a^2+c^2-2ac\cos B=b^2$，将 $a=\sqrt{3}c$，$b=150^{\circ}$ 代入，

可得 $\left(\sqrt{3}c\right)^2+c^2-2\cdot\sqrt{3}c\cdot c\cdot\cos 150°=\left(2\sqrt{7}\right)^2$，整理得 $7c^2=28$，解得 $c=2$，所以 $a=2\sqrt{3}$，

则 $S_{\Delta ABC}=\dfrac{1}{2}ac\sin B=\dfrac{1}{2}\cdot 2\sqrt{3}\cdot 2\cdot\dfrac{1}{2}=\sqrt{3}$.

（2）$\because A+B+C=\pi$，$\therefore \sin A=\sin(B+C)$.

则 $\sin(B+C)+\sqrt{3}\sin C=\dfrac{\sqrt{2}}{2}$，$\sin B\cos C+\cos B\sin C+\sqrt{3}\sin C=\dfrac{\sqrt{2}}{2}$，

将 $B=150^{\circ}$ 代入上式，整理得 $\dfrac{1}{2}\cos C+\dfrac{\sqrt{3}}{2}\sin C=\dfrac{\sqrt{2}}{2}$，即 $\sin\left(C+\dfrac{\pi}{6}\right)=\dfrac{\sqrt{2}}{2}$，

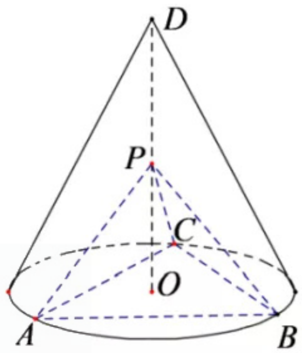
$\because B=150^{\circ}$，$\therefore C\in\left(0,\dfrac{\pi}{6}\right)$，则 $C+\dfrac{\pi}{6}=\dfrac{\pi}{4}$，解得 $C=\dfrac{\pi}{12}$.

19.（12 分）

如图，D 为圆锥的顶点，O 是圆锥底面的圆心，$\triangle ABC$ 是底面的内接正三角形，P 为 DO 上一点，$\angle APC=90^\circ$.

（1）证明：平面 $PAB\perp$ 平面 PAC；

（2）设 $DO=\sqrt{2}$，圆锥的侧面积为 $\sqrt{3}\pi$，求三棱锥 $P-ABC$ 的体积.



【解析】(1)如图，连CO，延长CO交AB于点E

$\because O$是正ΔABC外接圆的圆心

$\therefore CO\perp AB$

$\because$在圆锥中易知$PO\perp$平面ABC，

$AB\subset$平面ABC

$\therefore PO\perp AB$

又$CO,PO\subset$平面POC

$CO\cap PO=O$

$\therefore AB\perp$平面POC

又$PC\subset$平面POC

$\therefore AB\perp PC$

$\because \angle APC=90^\circ$

$\therefore PC\perp AP$

又$\because PA,AB\subset$平面PAB，$PA\cap AB=A$

$\therefore PC\perp$平面PAB

又$\because PC\subset$平面PAC

$\therefore$平面$PAC\perp$平面PAB

(2)由$DO=\sqrt{2}$，$S_{侧}=\sqrt{3}\pi$，设底面圆半径为r,母线长为l.

$r^2+(\sqrt{2})^2=l^2$，$\dfrac{1}{2}2\pi rl=\sqrt{3}\pi\cdot$

$\therefore r=1,l=\sqrt{3}$

$\therefore AB=BC=AC=\sqrt{3}$

$\because PA\perp PC\quad PA=PC$

$\therefore PA=PC=\dfrac{\sqrt{6}}{2}$

在$Rt\Delta APO$中，$AO=1,PA=\dfrac{\sqrt{6}}{2}$

$\therefore PO=\dfrac{\sqrt{2}}{2}$

$\therefore V_{P-ABC}=\dfrac{1}{3}S_{\Delta ABC}\cdot PO=\dfrac{\sqrt{6}}{8}$

20.（12 分）

已知函数 $f(x)=e^x-a(x+2)$，

（1）当 $a=1$ 时，讨论 $f(x)$ 的单调性；

（2）若 $f(x)$ 有两个零点，求 a 的取值范围．

【答案】（1）$f(x)$ 在 $(-\infty,0)$ 上单调递减，在 $(0,+\infty)$ 上单调递增；（2）$(e^{-1},+\infty)$．

【解析】由题知 $f(x)$ 的定义域为 $(-\infty,+\infty)$，且 $f'(x)=e^x-a$

（1）$a=1$ 时，$f'(x)=e^x-1$，令 $f'(x)=0$，解得 $x=0$

当 $x\in(-\infty,0)$ 时，$f'(x)<0$；当 $x\in(0,+\infty)$ 时，$f'(x)>0$．

$\therefore f(x)$ 在 $(-\infty,0)$ 上单调递减，在 $(0,+\infty)$ 上单调递增．

（2）①当 $a\le 0$ 时，$f'(x)>0$ 恒成立，$f(x)$ 在 $(-\infty,+\infty)$ 上单调递增，不符合题意；

②当 $a>0$ 时，令 $f'(x)=0$，解得 $x=\ln a$，

当 $x\in(-\infty,\ln a)$ 时，$f'(x)<0$；当 $x\in(\ln a,+\infty)$ 时，$f'(x)>0$．

$\therefore f(x)$ 在 $x\in(-\infty,\ln a)$ 上单调递减，在 $x\in(\ln a,+\infty)$ 上单调递增．

$\therefore f(x)_{\min}=f(\ln a)=a-a(\ln a+2)=-a(1+\ln a)$．

$\therefore$要使 $f(x)$ 有两个零点，则 $f(\ln a)<0$ 即可，则 $1+\ln a>0\Rightarrow a>e^{-1}$．

综上，若 $f(x)$ 有两个零点，则 $a\in(e^{-1},+\infty)$．

21．（12 分）

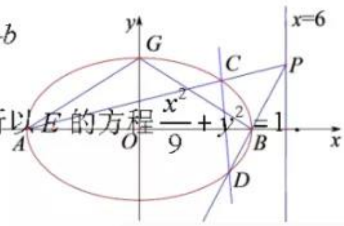
已知 A,B 分别为椭圆 $E:\dfrac{x^2}{a^2}+y^2=1\ \ a>1$ 的左、右顶点，G 为 E 的上顶点，$\overrightarrow{AG}\cdot\overrightarrow{GB}=8$．$P$ 为直线 $x=6$ 上的动点，PA 与 E 的另一交点为 C，PB 与 E 的另一交点为 D．

（1）求 E 的方程；

（2）证明：直线 CD 过定点．(微信公众号：数学研讨)

【答案】（1） $\dfrac{x^2}{9}+y^2=1$；**（2）** $\left(\dfrac{3}{2},0\right)$．

【解析】（1） 设 $A\ \ -a,0$，$B\ \ a,0$，$G\ \ 0,b$，有 $\overrightarrow{AG}=\ \ a,b$，$\overrightarrow{GB}=\ \ a,-b$



由已知得 $\dot{AG}\cdot\dot{GB}=a^2-b^2=c^2=8$，所以 $c=2\sqrt{2}$，所以 $a^2=b^2+c^2=9$，所以 E 的方程 $\dfrac{x^2}{9}+y^2=1$．

（2）解法一：设 $P\ \ 6,t$，$A\ \ -3,0$，

直线 AP：$\dfrac{y}{x+3}=\dfrac{t}{9}$，即 $y=\dfrac{t}{9}\ \ x+3$，

联立$\begin{cases} y=\frac{t}{9}\ \ x+3 \\ \frac{x^2}{9}+y^2=1 \end{cases}$，得$\frac{x^2}{9}+\frac{t^2}{81}\ \ x+3\ \ ^2=1$，整理得 $t^2+9\ \ x^2+6t^2x+9t^2-81=0$，

由韦达定理得$x_A+x_c=\frac{-6t^2}{t^2+9}$，所以$x_C=\frac{-6t^2}{t^2+9}+3=\frac{-3t^2+27}{t^2+9}$，

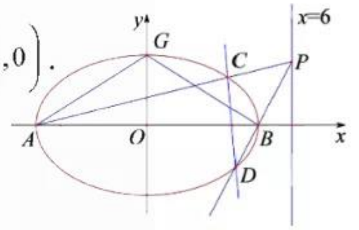
把x_C代入直线得$y_C=\frac{6t}{t^2+9}$，所以$C\left(\frac{-3t^2+27}{t^2+9},\frac{6t}{t^2+9}\right)$，

设直线BP：$y=\frac{t}{3}\ x-3$，联立$\begin{cases} y=\frac{t}{3}\ \ x-3 \\ \frac{x^2}{9}+y^2=1 \end{cases}$ 得$\frac{t^2+1}{9}x^2-\frac{2t^2}{3}x+t^2-1=0$，

由韦达定理得$x_B+x_D=3+x_D=\frac{\frac{2t^2}{3}}{\frac{t^2+1}{9}}=\frac{6t^2}{t^2+1}$，所以$x_D=\frac{3t^2-3}{t^2+1}$，$y_D=\frac{t}{3}\left(\frac{3t^2-3}{t^2+1}-3\right)$，所以$D\left(\frac{3t^2-3}{t^2+1},\frac{-2t}{t^2+1}\right)$

所以直线CD：$\left(\frac{6t}{t^2+9}-\frac{-2t}{t^2+1}\right)\left(x-\frac{3t^2-3}{t^2+1}\right)=\left(\frac{-3t^2+27}{t^2+9}-\frac{3t^2-3}{t^2+1}\right)\left(y+\frac{2t}{t^2+1}\right)$

整理得$y=\frac{4t}{-3\ \ t^2-3}x+\frac{2t}{t^2-3}$，所以$y=\frac{2t}{t^2-3}\left(-\frac{2}{3}x+1\right)$，则恒过定点$\left(\frac{3}{2},0\right)$.



解法二：如图，设$C(x_1,y_1),D(x_2,y_2)$，

由题设直线AP的方程为$y=\frac{y_1}{x_1+3}(x+3)$，

直线BP的方程为$y=\frac{y_2}{x_2-3}(x-3)$.

因为AP与BP交于P点，且P点在直线$x=6$上，

则$\begin{cases} y=\frac{y_1}{x_1+3}(x+3) \\ y=\frac{y_2}{x_2-3}(x-3) \end{cases}\Rightarrow\frac{y_1}{x_1+3}(x+3)=\frac{y_2}{x_2-3}(x-3)$，代入$x=6$，则$\frac{3y_1}{x_1+3}=\frac{y_2}{x_2-3}$记为（*）.

①若直线CD无斜率，则$x_1=x_2,y_1=-y_2$，解得$x_1=x_2=\frac{3}{2}$，即此时直线CD必过($\frac{3}{2}$,0).

②若直线CD有斜率，则直线方程为$y-y_1=\frac{y_2-y_1}{x_2-x_1}(x-x_1)$，由（1）猜想直线$CD$恒过($\frac{3}{2}$,0)，

即证明$y=0$时$x=\frac{3}{2}$即可，在直线CD方程中，令$y=0$，得$-y_1=\frac{y_2-y_1}{x_2-x_1}(x-x_1)$，

结合（*）式，可得$x=\frac{2x_1x_2-9x_1-3x_2}{3x_2-x_1-12}$.

又C,D两点均在椭圆E上，则$y_1^2=\dfrac{9-x_1^2}{9},y_2^2=\dfrac{9-x_2^2}{9}$，及由（*）有$\dfrac{9y_1^2}{(x_1+3)^2}=\dfrac{y_2^2}{(x_2-3)^2}$

化简得$4x_1x_2=15(x_1+x_2)-36$，

将此式代入前面所求x，可得$x=\dfrac{2\times\dfrac{15(x_1+x_2)-36}{4}-9x_1-3x_2-18}{3x_2-x_1-12}=\dfrac{3}{2}$，从而证明直线$CD$恒过$(\dfrac{3}{2},0)$

综上所述，直线CD恒过定点$(\dfrac{3}{2},0)$.

（二）选考题：共10分．请考生在第22、23题中任选一题作答，如果多做，则按所做的第一题计分．

22．[选修4—4：坐标系与参数方程]（10分）

在直角坐标系xOy中，曲线C_1的参数方程为$\begin{cases}x=\cos^k t,\\ y=\sin^k t\end{cases}$（$t$为参数）.以坐标原点为极点，$x$轴正半轴为极轴建立极坐标系，曲线$C_2$的极坐标方程为$4\rho\cos\theta-16\rho\sin\theta+3=0$.

（1）当$k=1$时，C_1是什么曲线？

（2）当$k=4$时，求C_1与C_2的公共点的直角坐标.

【答案】:（1）以原点为圆心，以1为半径的圆；（2）$(\dfrac{1}{4},\dfrac{1}{4})$.

【解析】:（1）$k=1$时，C_1的参数方程为$\begin{cases}x=\cos t,\\ y=\sin t\end{cases}$，直角坐标方程为$x^2+y^2=1$，表示以原点为圆心，以1为半径的圆.

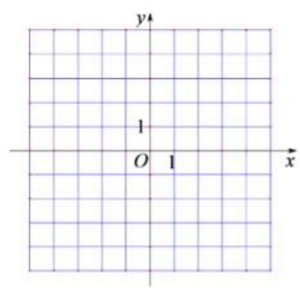
（2）$k=4$时，C_1的参数方程为$\begin{cases}x=\cos^4 t,\\ y=\sin^4 t\end{cases}$，直角坐标方程为$\sqrt{x}+\sqrt{y}=1$，$C_2$的直角坐标方程为$4x-16y+3=0$

联立$\begin{cases}\sqrt{x}+\sqrt{y}=1\\ 4x-16y+3=0\end{cases}$，解得$x=\dfrac{1}{4}$，$y=\dfrac{1}{4}$

所以C_1与C_2的公共点的直角坐标为$(\dfrac{1}{4},\dfrac{1}{4})$.

23．[选修4—5：不等式选讲]（10分）

已知函数$f(x)=|3x+1|-2|x|$.

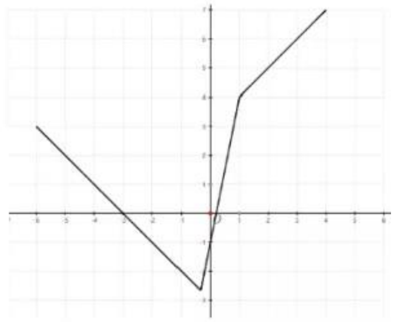


（1）画出$y=f(x)$的图像；

（2）求不等式$f(x)>f(x+1)$的解集.

【答案】（1） 如图；**（2）** $\left(-\infty,-\dfrac{7}{6}\right)$.

【解析】（1）由题意：$f(x)=\begin{cases}-x-3 & x\le\dfrac{1}{3}\\5x-1 & -\dfrac{1}{3}<x\le1\\x+3 & x>1\end{cases}$ ，所以 $y=f(x)$ 的图像如下图：



（2）$f(x)>f(x+1)\Rightarrow|3x+1|-|3x+4|+2|x|-2|x-1|>0$，

当 $x\le-\dfrac{4}{3}$ 时，不等式可化为 $3>0$，$\therefore x\le-\dfrac{4}{3}$；

当 $-\dfrac{4}{3}<x\le-\dfrac{1}{3}$ 时，不等式可化为 $-6x-7>0$，$\therefore -\dfrac{4}{3}<x<-\dfrac{7}{6}$；

当 $-\dfrac{1}{3}<x\le0$ 时，不等式可化为 $-5>0$，$\therefore x\in\varnothing$；

当 $0<x\le1$ 时，不等式可化为 $4x-5>0$，$\therefore x\in\varnothing$；

当 $x>1$ 时，不等式可化为 $-1>0$，$\therefore x\in\varnothing$；

综上，不等式的解集为 $\left(-\infty,-\dfrac{7}{6}\right)$.


轻按识别二维码 即刻关注
高三家长圈
高考政策 | 高校解读 | 专业分析 | 志愿填报
及时高考资讯，服务河南考生家长