



# 2020 年高中毕业年级第三次质量预测

## 文科数学试题卷

### 注意事项:

1. 答卷前,考生务必将自己的姓名、准考证号填写在答题卡上.
2. 回答选择题时,选出每小题答案后,用铅笔把答题卡上对应题目的答案标号涂黑.如需改动,用橡皮擦干净后,再选涂其他答案标号.回答非选择题时,将答案写在答题卡上.写在本试卷上无效.
3. 考试结束后,将本试卷和答题卡一并交回.

一、选择题:本大题共 12 小题,每小题 5 分,共 60 分.在每小题给出的四个选项中,只有一项是符合题目要求的.

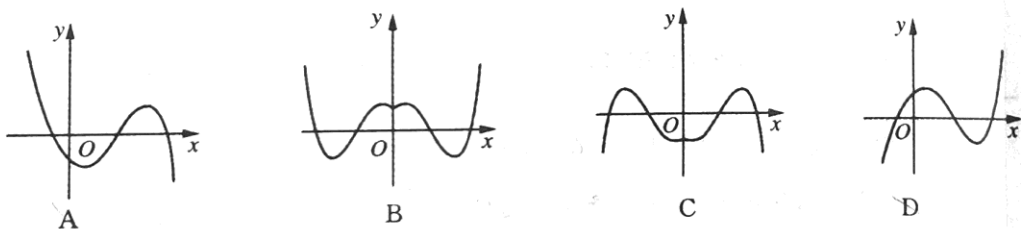
1. 已知集合  $A = \{1, 2, 4, 8\}$ ,  $B = \{y | y = \log_2 x, x \in A\}$ , 则  $A \cap B =$

- A.  $\{1, 2\}$       B.  $\{1, 2, 4\}$       C.  $\{2, 4, 8\}$       D.  $\{1, 2, 4, 8\}$

2. 若复数  $z$  满足  $(2-i)z = 1+2i$ , 则复数  $z$  的虚部是

- A.  $i$       B.  $-i$       C. 1      D. -1

3. 函数  $y = x^2 - 2^{|x|}$  ( $x \in \mathbb{R}$ ) 的部分图象可能是



4. 在  $\triangle ABC$  中,角  $A, B, C$  所对的边分别为  $a, b, c$ . 若  $\sqrt{3}a \sin B = c - b \cos A$ , 则角  $B$  等于

- A.  $\frac{\pi}{6}$       B.  $\frac{\pi}{4}$       C.  $\frac{\pi}{3}$       D.  $\frac{\pi}{12}$

5. 两个非零向量  $a, b$  满足  $|a+b| = |a-b| = 2|a|$ , 则向量  $b$  与  $a-b$  的夹角为

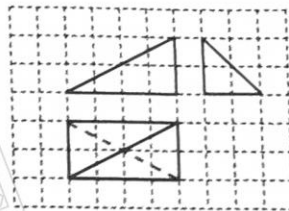
- A.  $\frac{5}{6}\pi$       B.  $\frac{\pi}{6}$       C.  $\frac{2}{3}\pi$       D.  $\frac{\pi}{3}$

6. 下列说法正确的是

- A. 命题  $p, q$  都是假命题, 则命题 " $\neg p \wedge q$ " 为真命题  
 B. 将函数  $y = \sin 2x$  的图像上所有点的横坐标伸长到原来的 2 倍后得到  $y = \sin 4x$   
 C.  $\forall \varphi \in \mathbb{R}$ , 函数  $y = \sin(2x + \varphi)$  都不是奇函数  
 D. 函数  $f(x) = \sin(2x - \frac{\pi}{3})$  的图像关于直线  $x = \frac{5\pi}{12}$  对称

7. 如图, 网格纸上小正方形的边长为 1, 粗线画出的是某三棱锥的三视图, 则该三棱锥的外接球的体积为

- A.  $\sqrt{6}\pi$  B.  $8\sqrt{6}\pi$   
C.  $32\sqrt{3}\pi$  D.  $64\sqrt{6}\pi$



8. 已知直线  $y=kx+m(k<0)$  与抛物线  $C: y^2=8x$  及其准线分别交于  $A, B$  两点,  $F$  为抛物线的焦点, 若  $2\overrightarrow{FA}=\overrightarrow{AB}$ , 则  $m$  等于

- A.  $\sqrt{3}$  B.  $2\sqrt{3}$  C.  $2\sqrt{2}$  D.  $2\sqrt{6}$

9. 若函数  $f(x)=\begin{cases} e^x-x+2a, & x>0, \\ (a-1)x+3a-2, & x\leq 0 \end{cases}$  在  $(-\infty, +\infty)$  上是单调函数, 则  $a$  的取值范围是

- A.  $[1, +\infty)$  B.  $(1, 3]$  C.  $[\frac{1}{2}, 1)$  D.  $(1, 2]$

10. 若将函数  $f(x)=\cos(2x+\varphi)$  的图象向右平移  $\frac{\pi}{6}$  个单位长度, 得到函数  $g(x)$  的图象, 且  $g(x)$  的图象关于原点对称, 则  $|\varphi|$  的最小值为

- A.  $\frac{\pi}{6}$  B.  $\frac{\pi}{3}$  C.  $\frac{2\pi}{3}$  D.  $\frac{5\pi}{6}$

11. 已知函数  $f(x)$  是  $\mathbb{R}$  上的奇函数,  $f'(x)$  是其导函数, 当  $x>0$  时,  $x\ln x \cdot f'(x) < -f(x)$ , 则不等式  $(x^2-1)f(x)>0$  的解集是

- A.  $(-1, 0) \cup (0, 1)$  B.  $(-\infty, -1) \cup (1, +\infty)$   
C.  $(-1, 0) \cup (1, +\infty)$  D.  $(-\infty, -1) \cup (0, 1)$

12. 已知双曲线  $E: \frac{x^2}{a^2} - \frac{y^2}{b^2} = 1 (a>0, b>0)$  的左右焦点分别为  $F_1, F_2$ , 过  $F_2$  的直线与双曲线左、右两支分别交于点  $A, B$ , 若  $\triangle ABF_1$  为等边三角形, 则双曲线  $E$  的渐近线方程为

- A.  $y=\pm\sqrt{7}x$  B.  $y=\pm\sqrt{6}x$  C.  $y=\pm 2\sqrt{2}x$  D.  $y=\pm 2\sqrt{7}x$

二、填空题: 本大题共 4 小题, 每小题 5 分, 共 20 分.

13. 已知  $x, y$  满足约束条件  $\begin{cases} x-y+4\geq 0, \\ x+2y\geq 0, \\ x\leq 1, \end{cases}$  则  $z=3x+y$  的最大值为 8.

14. 某车间将 10 名工人平均分成甲、乙两组加工某种零件, 在单位时间内每个工人加工的合格零件数如茎叶图所示.

已知两组工人在单位时间内加工的合格零件平均数都为 20, 则  $m+n=$  11.

甲 组			乙 组		
8	7	1	$n$	9	
$m$	2	0	2	0	1 2

15. 在  $\triangle ABC$  中, 角  $A, B, C$  所对的边分别为  $a, b, c$ ,  $\frac{\pi}{3} < C < \frac{\pi}{2}$ ,  $\frac{b}{a-b} = \frac{\sin 2C}{\sin A - \sin 2C}$ ,  $a=2, \sin B = \frac{\sqrt{15}}{4}$ , 则  $b=$   $\frac{\sqrt{10}}{2}$ .

16. 设数列  $\{a_n\}$  的前  $n$  项和为  $S_n$ , 已知  $a_1 = 3$ , 对任意的正整数  $n$  满足  $S_{n+1} = S_n + \frac{\cos(n+2)\pi}{3}(2n-1)a_n a_{n+1} + a_n$ . 则  $a_{19} =$  \_\_\_\_\_.

三、解答题: 共 70 分. 解答应写出文字说明、证明过程或演算步骤. 第 17~21 题为必考题, 每个试题考生都必须作答. 第 22、23 题为选考题, 考生根据要求作答.

(一) 必考题: 共 60 分

17. (本题满分 12 分)

已知数列  $\{a_n\}$  是首项  $a_1 = \frac{1}{4}$ ,  $a_4 = \frac{1}{256}$  的等比数列, 设  $b_n = -2 - 3\log_4 a_n (n \in \mathbb{N}^*)$ .

(I) 求数列  $\{b_n\}$  的通项公式;

(II) 记  $c_n = \frac{1}{b_n b_{n+1}}$ , 求数列  $\{c_n\}$  的前  $n$  项和  $S_n$ .

18. (本题满分 12 分)

2019 年郑开国际马拉松比赛, 于 2019 年 3 月 31 日在郑州、开封举行. 某学校本着“我运动, 我快乐, 我锻炼, 我提高”精神, 积极组织学生参加比赛及相关活动, 为了了解学生的参与情况, 从全校学生中随机抽取了 150 名学生, 对是否参与的情况进行了问卷调查, 统计数据如下:

	会参与	不会参与
男生	60	40
女生	20	30

(I) 根据上表说明, 能否有 97.5% 的把握认为参与马拉松赛事与性别有关?

(II) 现从参与问卷调查且参与赛事的学生中, 采用按性别分层抽样的方法选取 8 人参加 2019 年马拉松比赛志愿者宣传活动.

(i) 求男、女学生各选取多少人;

(ii) 若从这 8 人中随机选取 2 人到校广播站开展 2019 年赛事宣传介绍, 求恰好选到 2 名男生的概率.

附:  $K^2 = \frac{n(ad-bc)^2}{(a+b)(c+d)(a+c)(b+d)}$ , 其中  $n = a+b+c+d$ .

$P(K^2 \geq k_0)$	0.10	0.05	0.025	0.01	0.005
$k_0$	2.706	3.841	5.024	6.635	7.879

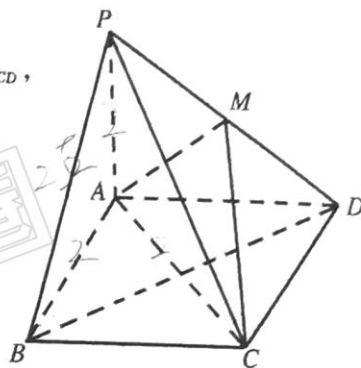
19. (本题满分 12 分)

如图, 在四棱锥  $P-ABCD$  中, 底面  $ABCD$  是平行四边形,  $\angle BCD = 120^\circ$ , 侧面  $PAB \perp$  底面  $ABCD$ ,  $PB = 2\sqrt{2}$ ,  $AB = AC = PA = 2$ .

(I) 求证:  $BD \perp$  面  $PAC$ ;

(II) 过  $AC$  的平面交  $PD$  于点  $M$ , 若  $V_{M-PAC} = \frac{1}{2}V_{P-ACD}$ ,

求三棱锥  $P-AMB$  的体积.



20. (本题满分 12 分)

已知椭圆  $C: \frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1 (a > b > 0)$ , 圆  $C_1: x^2 + y^2 = 3$ , 圆  $C_2: x^2 + y^2 = 4$ , 椭圆  $C$  与圆  $C_1$ 、圆  $C_2$  均相切.

(I) 求椭圆  $C$  的方程;

(II) 直线  $l$  与圆  $C_1$  相切同时与椭圆  $C$  交于  $A, B$  两点, 求  $|AB|$  的最大值.

21. (本题满分 12 分)

设函数  $f(x) = \ln x + 2x^2 - (m-1)x, m \in \mathbb{R}$ .

(I) 当  $m=6$  时, 求函数  $f(x)$  的极值;

(II) 若关于  $x$  的方程  $f(x) = 2x^2$  在区间  $[1, 4]$  上有两个实数解, 求实数  $m$  的取值范围.

(二) 选考题: 共 10 分. 请考生在第 22、23 题中任选一题做答, 如果多做, 则按所做的第一题记分.

22. (本小题满分 10 分) 选修 4-4: 坐标系与参数方程

在平面直角坐标系中, 直线  $l$  的参数方程为  $C_1: \begin{cases} x = 1 + t \cos \theta, \\ y = t \sin \theta \end{cases} (t \text{ 为参数})$ , 以原点  $O$  为极点,  $x$  轴的正半轴为极轴建立极坐标系, 点  $P$  的极坐标为  $(1, 0)$ , 曲线  $C_2: \rho^2 = \frac{12}{3 \cos^2 \theta + 4 \sin^2 \theta}$ .

(I) 求曲线  $C_1$  的普通方程和曲线  $C_2$  的直角坐标方程;

(II) 若曲线  $C_1$  与曲线  $C_2$  交于  $A, B$  两点, 求  $|PA| + |PB|$  的取值范围.

23. (本小题满分 10 分) 选修 4-5: 不等式选讲

已知函数  $f(x) = |mx+1| + |2x-1|, m \in \mathbb{R}$ .

(I) 当  $m=3$  时, 求不等式  $f(x) > 4$  的解集;

(II) 若  $0 < m < 2$ , 且对任意  $x \in \mathbb{R}, f(x) \geq \frac{3}{2m}$  恒成立, 求  $m$  的最小值.





每个牛孩身后都有一个牛家长