2019-2020 年枫杨外国语九年级数学期中考试试题

一．选择题（共 13 小题）

1．两个人的影子在两个相反的方向，这说明（　　）

A．他们站在阳光下　　B．他们站在路灯下

C．他们站在路灯的两侧　　D．他们站在月光下

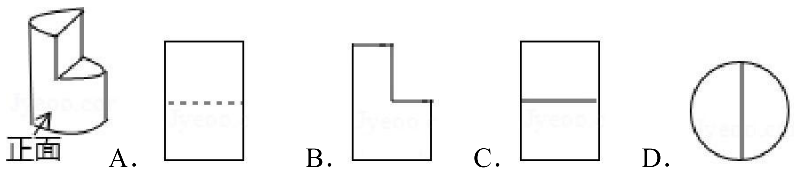
2．已知三条线段的长分别为 1.5，2，3，则下列线段中，不能与它们组成比例线段的是（　　）

A．1　　B．2.25　　C．4　　D．2

3．在一个不透明的布袋中装有 40 个黄、白两种颜色的球，除颜色外其他都相同，小红通过多次摸球试验后发现，摸到黄球的频率稳定在 0.30 左右，则布袋中黄球可能有（　　）

A．12 个　　B．14 个　　C．18 个　　D．28 个

4．如图，王华用橡皮泥做了个圆柱，再用手工刀切去一部分，则其左视图是（　　）



5.若 $\frac{2x-3y}{x+y}=\frac{1}{2}$，则 $\frac{y}{x}=$　（　）

A. $\frac{7}{3}$　　B. $\frac{3}{7}$　　C. $\frac{5}{7}$　　D. $\frac{7}{5}$

6.已知点 C 把线段 AB 分成两条线段 AC、BC，且 $AC>BC$，下列说法错误的是（　　）

A．如果 $\frac{AC}{AB}=\frac{BC}{AC}$，那么线段 AB 被点 C 黄金分割

B．如果 $AC^2=AB\cdot BC$，那么线段 AB 被点 C 黄金分割

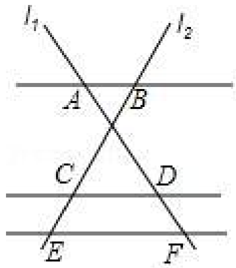
C．如果线段 AB 被点 C 黄金分割，那么 BC 与 AB 的比叫做黄金比

D．0.618 是黄金比的近似值

7.已知关于 x 的方程 $x^2+3x+a=0$ 有一个根为 - 2，则另一个根为（　　）

A．5　　B．－1　　C．2　　D．－5

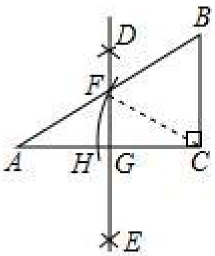
8.如图，已知 $AB\parallel CD\parallel EF$，它们依次交直线 l_1、l_2 于点 A、D、F 和点 B、C、E，如果 AD：$DF=3$：1，$BE=10$，那么 CE 等于（　）



A．$\frac{10}{3}$　　B．$\frac{20}{3}$　　C．$\frac{5}{2}$　　D．$\frac{15}{2}$

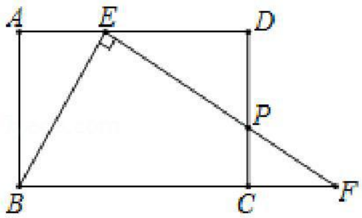
每个牛孩身后都有一个牛家长

9.如图，在△ABC 中，∠ACB＝90°，分别以点 A、C 为圆心，以大于$\frac{1}{2}AC$ 的长为半径画弧，两弧相交于点 D 和 E，作直线 DE 交 AB 于点 F，交 AC 于点 G，连接 CF，以点 C 为圆心，以 CF 的长为半径画弧，交 AC 于点 H．若∠A＝30°，BC＝2，则 AH 的长是（　　）

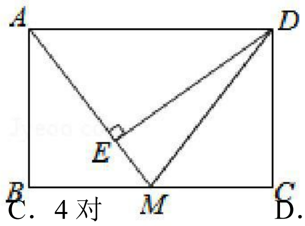


A．$\sqrt{3}$　　B．2　　C．$\sqrt{2}+1$　　D．$2\sqrt{3}-2$

10.如图，已知矩形 $ABCD$ 中，点 E 是边 AD 上的任一点，连接 BE，过 E 作 BE 的垂线交 BC 延长线于点 F，交边 CD 于点 P，则图中共有相似三角形（　）

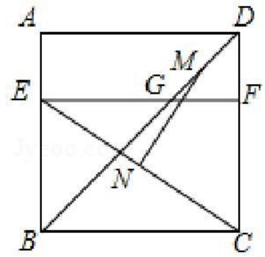


A．6 对　　B．5 对　　C．4 对　　D．3 对



11.如图，在矩形 $ABCD$ 中，M 是 BC 边上一点，连接 AM，DM．过点 D 作 DE⊥AM，垂足为 E．若 DE＝DC＝1，AE＝2EM，则 BM 的长为（　）

A．1　　B．$\frac{2\sqrt{3}}{3}$　　C．$\frac{1}{2}$　　D．$\frac{2\sqrt{5}}{5}$



12.如图，四边形 $ABCD$ 是边长为 6 的正方形，点 E 在边 AB 上，BE＝4，过点 E 作 EF∥BC，分别交 BD，CD 于 G，F 两点．若 M，N 分别是 DG，CE 的中点，则 MN 的长为（　）

A．3　　B．$2\sqrt{3}$　　C．$\sqrt{13}$　　D．4

12．已知函数 y＝（m－2）$x^{|m|-3}$ 是反比例函数，那么 m 的值是（　　）

A．±2　　B．2　　C．－2　　D．±1

13．关于 x 的一元二次方程 $(a-3)x^2-\sqrt{17}x+1=0$ 有实数根，则实数 a 满足（　　）

A．$a<\frac{29}{4}$　　B．$a>\frac{29}{4}$　　C．$a\le\frac{29}{4}$ 且 $a\neq3$　　D．$a>\frac{29}{4}$ 且 $a\neq3$

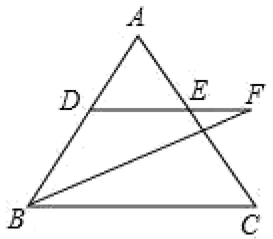
二．填空题（共 4 小题）

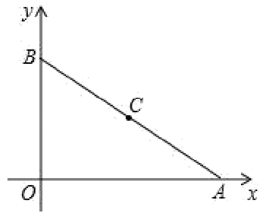
13.已知函数 y＝（m－2）x^{m^2-5} 是反比例函数，那么 m 的值是＿＿＿＿＿＿＿

14．若菱形的两条对角线长分别是方程 $x^2-10x+24=0$ 的两实根，则菱形的面积为＿＿＿＿．

15.关于 x 的一元二次方程 $(a-3)x^2-\sqrt{17}x+1=0$ 有实数根，则实数 a 满足＿＿＿＿＿＿＿＿＿．

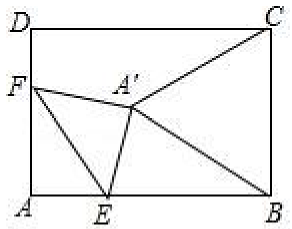
16．如图，在△ABC 中，DE∥BC，BF 平分∠ABC，交 DE 的延长线于点 F．若 AD＝1，BD＝2，BC＝4，则 EF＝＿＿＿＿．





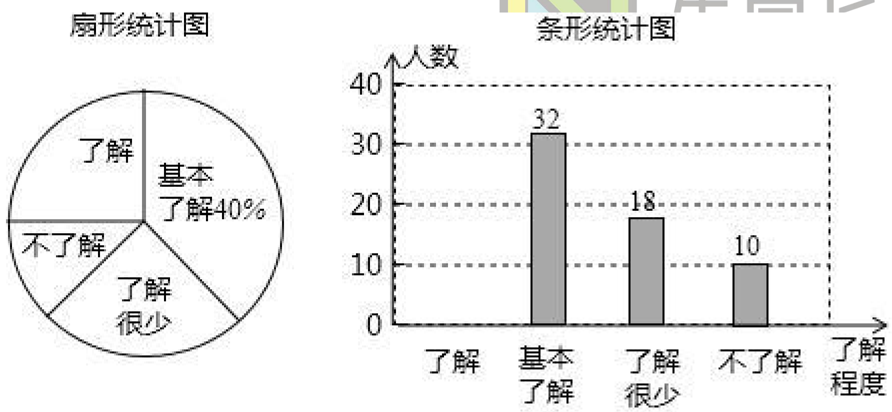
17．如图，平面直角坐标系 xOy 中，已知 A（4，0）和 B 点（0，3），点 C 是 AB 的中点，点 P 在 x 轴上，若以 P、A、C 为顶点的三角形与△AOB 相似，那么点 P 的坐标是________.

18．如图，在矩形 $ABCD$ 中，$AB=8$，$AD=6$，点 E 为 AB 上一点，$AE=2\sqrt{3}$，点 F 在 AD 上，将△AEF 沿 EF 折叠，当折叠后点 A 的对应点 A'恰好落在 BC 的垂直平分线上时，折痕 EF 的长为________.



三．解答题（共 8 小题）

19．校园安全受到全社会的广泛关注，某市某中学对部分学生就校园安全知识的了解程度，采用随机抽样调查的方式，并根据收集到的信息进行统计，绘制了尚不完整的统计图．请你根据统计图中所提供的信息解答下列问题：



（1）在这次活动中抽查了多少名中学生？

（2）若该中学共有学生 1600 人，请根据上述调查结果，估计该中学学生中对校园安全知识达到"了解"程度的人数．

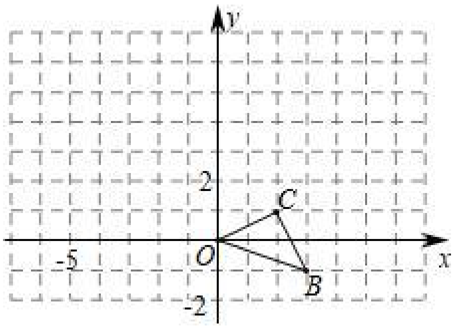
（3）若从对校园安全知识达到"了解程度的 2 个女生和 2 个男生中随机抽取 2 人参加校园安全知识竞赛，请用树状图或列表法求出恰好抽到 1 个男生和 1 个女生的概率．

20．如图，已知点 O 是坐标原点，B、C 两点的坐标分别为（3，﹣1），（2，1）．

（1）以 O 点为位似中心在 y 轴的左侧将△OBC 放大到原图的 2 倍（即新图与原图的相似比为 2），画出对应的△$OB'C'$；

（2）若△OBC 内部一点 M 的坐标为（a，b），则点 M 对应点 M' 的坐标是____；

（3）求出变化后△$OB'C'$ 的面积________．



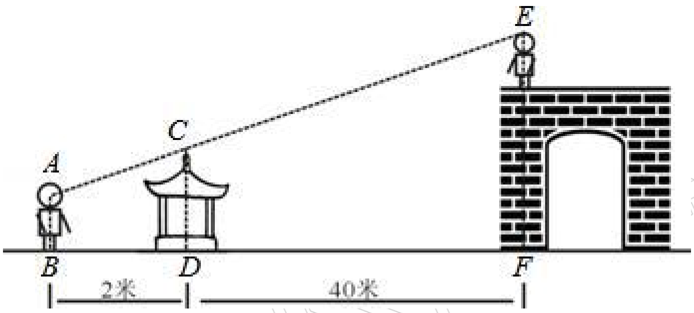
21．已知关于 x 的一元二次方程 $x^2-(2k+1)x+k^2+k=0$

求证：（1）方程总有两个不相等的实数根．

（2）若等腰△ABC 的两边 AB，AC 的长是这个方程的两个实数根，第三边 BC 的长为 5．求△ABC 的周长．

22．《铁血红安》在中央一台热播后，吸引了众多游客前往影视基地游玩．某天小明站在地面上给站在城楼上的小亮照相时发现：他的眼睛、凉亭顶端、小亮头顶三点恰好在一条直线上（如图）．已知小明的眼睛离地面 1.65 米，

凉亭顶端离地面 2 米，小明到凉亭的距离为 2 米，凉亭离城楼底部的距离为 40 米，小亮身高 1.7 米．请根据以上数据求出城楼的高度．



23．某汽车租赁公司共有汽车 50 辆，市场调查表明，当租金为每辆每日 200 元时可全部租出，当租金每提高 10 元，租出去的车就减少 2 辆．

（1）当租金提高多少元时，公司的每日收益可达到 10120 元？

（2）公司领导希望日收益达到 10200 元，你认为能否实现？若能，求出此时的租金，若不能，请说明理由．

（3）汽车日常维护要一定费用，已知外租车辆每日维护费为 100 元，未租出的车辆维护费为 50 元，当租金为多少元时，公司的利润恰好为 5500 元？（利润＝收益一维护费）

24．已知：如图，在▱$ABCD$中，G、H分别是AD、BC的中点，E、O、F分别是对角线BD上的四等分点，顺次连接 G、E、H、F.

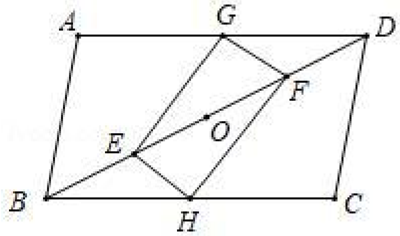
（1）求证：四边形 $GEHF$ 是平行四边形；

（2）当▱ $ABCD$ 满足______条件时，四边形 $GEHF$ 是菱形；

（3）若 $BD=2AB$，

①探究四边形 $GEHF$ 的形状，并说明理由；

②当 $AB=2$，$\angle ABD=120°$ 时，直接写出四边形 $GEHF$ 的面积.



25．（1）问题发现

如图 1，在 Rt△ABC 中，$\angle A=90°$，$\frac{AB}{AC}=1$，点 P 是边 BC 上一动点（不与点 B 重合），$\angle PAD=90°$，$\angle APD=\angle B$，连接 CD.

填空：①$\frac{PB}{CD}=$______；②$\angle ACD$ 的度数为______.

（2）拓展探究

如图 2，在 Rt△ABC 中，$\angle A=90°$，$\frac{AB}{AC}=k$. 点 P 是边 BC 上一动点（不与点 B 重合），$\angle PAD=90°$，$\angle APD=\angle B$，连接 CD，请判断$\angle ACD$ 与$\angle B$ 的数量关系以及 PB 与 CD 之间的数量关系，并说明理由.

（3）解决问题

如图 3，在△ABC 中，$\angle B=45°$，$AB=4\sqrt{2}$，$BC=12$，P 是边 BC 上一动点（不与点 B 重合），$\angle PAD=\angle BAC$，$\angle APD=\angle B$，连接 CD．若 $PA=5$，请直接写出 CD 的长.

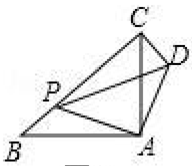


图1

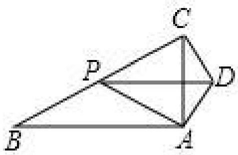


图2

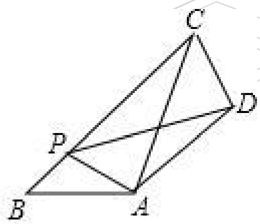


图3

参考答案与试题解析

一．选择题（共 13 小题）

1．两个人的影子在两个相反的方向，这说明（　　）

A．他们站在阳光下　　B．他们站在路灯下

C．他们站在路灯的两侧　　D．他们站在月光下

【解答】解：根据两个人的影子在两个相反的方向，则一定是中心投影；且两人同在光源两侧．故选：*C*．

2．已知三条线段的长分别为 1.5，2，3，则下列线段中，不能与它们组成比例线段的是（　　）

A．1　　B．2.25　　C．4　　D．2

【解答】解：*A*．由 $1\times3=1.5\times2$ 知 1 与 1.5，2，3 组成比例线段，此选项不符合题意；

B．由 $1.5\times3=2.25\times2$ 知 2.25 与 1.5，2，3 组成比例线段，此选项不符合题意；

C．由 $1.5\times4=3\times2$ 知 4 与 1.5，2，3 组成比例线段，此选项不符合题意；

D．由 $1.5\times3\neq2\times2$ 知 2 与 1.5，2，3 不能组成比例线段，此选项符合题意；

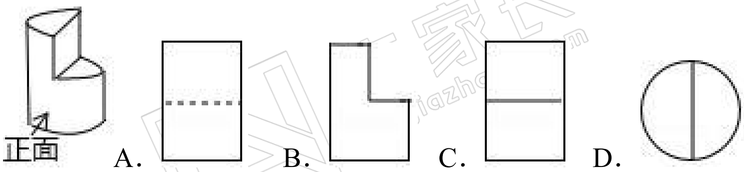
故选：*D*．

3．在一个不透明的布袋中装有 40 个黄、白两种颜色的球，除颜色外其他都相同，小红通过多次摸球试验后发现，摸到黄球的频率稳定在 0.30 左右，则布袋中黄球可能有（　　）

A．12 个　　B．14 个　　C．18 个　　D．28 个

【解答】解：设袋子中黄球有 x 个，根据题意，得：$\frac{x}{40}=0.30$，解得：$x=12$，即布袋中黄球可能有 12 个，

故选：*A*．4．如图，王华用橡皮泥做了个圆柱，再用手工刀切去一部分，则其左视图是（　　）



【解答】解：从左边看是上下两个矩形，矩形的公共边是虚线，故选：*A*．

6．已知点 *C* 把线段 *AB* 分成两条线段 *AC*、*BC*，且 $AC>BC$，下列说法错误的是（　　）

A．如果 $\frac{AC}{AB}=\frac{BC}{AC}$，那么线段 *AB* 被点 *C* 黄金分割

B．如果 $AC^2=AB\bullet BC$，那么线段 *AB* 被点 *C* 黄金分割

C．如果线段 *AB* 被点 *C* 黄金分割，那么 *BC* 与 *AB* 的比叫做黄金比

D．0.618 是黄金比的近似值

【解答】解：根据黄金分割的定义可知 *A*、*B*、*D* 正确；

C、如果线段 *AB* 被点 *C* 黄金分割（$AC>BC$），那么 *AC* 与 *AB* 的比叫做黄金比，所以 *C* 错误．

故选：*C*．

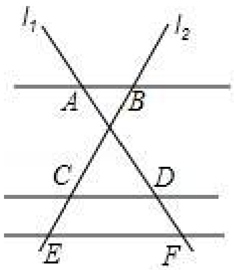
7．已知关于 x 的方程 $x^2+3x+a=0$ 有一个根为－2，则另一个根为（　　）

A．5　　B．－1　　C．2　　D．－5

【解答】解：∵关于 x 的方程 $x^2+3x+a=0$ 有一个根为－2，设另一个根为 m，

∴$-2+m=-\frac{3}{1}$，解得，$m=-1$，故选：B．

8．如图，已知 $AB\parallel CD\parallel EF$，它们依次交直线 l_1、l_2 于点 A、D、F 和点 B、C、E，如果 AD：$DF=3$：1，$BE=10$，那么 CE 等于（　　）

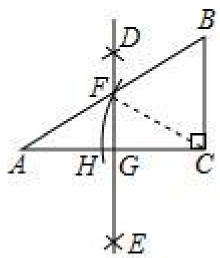


A．$\frac{10}{3}$　　B．$\frac{20}{3}$　　C．$\frac{5}{2}$　　D．$\frac{15}{2}$

【解答】解：∵$AB\parallel CD\parallel EF$，∴$\frac{AD}{DF}=\frac{BC}{CE}=3$，∴$BC=3CE$，∵$BC+CE=BE$，∴$3CE+CE=10$，

∴$CE=\frac{5}{2}$．故选：C．

9．如图，在△ABC 中，∠$ACB=90°$，分别以点 A、C 为圆心，以大于$\frac{1}{2}AC$ 的长为半径画弧，两弧相交于点 D 和 E，作直线 DE 交 AB 于点 F，交 AC 于点 G，连接 CF，以点 C 为圆心，以 CF 的长为半径画弧，交 AC 于点 H．若∠$A=30°$，$BC=2$，则 AH 的长是（　）

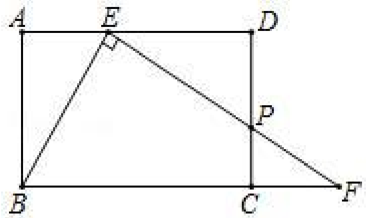


A．$\sqrt{3}$　　B．2　　C．$\sqrt{2}+1$　　D．$2\sqrt{3}-2$

【解答】解：在 Rt△ABC 中，∵∠$A=30°$，∴∠$B=60°$，$AC=\sqrt{3}BC=2\sqrt{3}$，由作法得 FG 垂直平分 AC，$CH=CF$，∴$FA=FC$，∴∠$A=$∠$FCA=30°$，∴∠$BCF=60°$，∴△BCF 为等边三角形，∴$CF=CB=2$，

∴$AH=AC-CH=2\sqrt{3}-2$．故选：D．

10．如图，已知矩形 $ABCD$ 中，点 E 是边 AD 上的任一点，连接 BE，过 E 作 BE 的垂线交 BC 延长线于点 F，交边 CD 于点 P，则图中共有相似三角形（　　）



A．6 对　　B．5 对　　C．4 对　　D．3 对

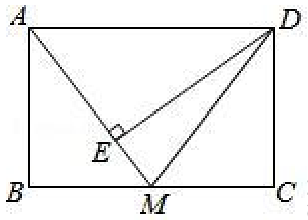
【解答】解：∵四边形 $ABCD$ 是矩形，∴∠$A=$∠$ABC=$∠$D=$∠$DCB=90°$，

∴∠$PCF=90°$，∵$BE\perp EF$，∴∠$BEF=90°$，∴∠$ABE+$∠$AEBB=$∠$AEB+$∠$DEP=90°$，

∴$\angle ABE=\angle DEP$，∵$AD\parallel BC$，∴$\angle DEP=\angle F$，∴$\angle ABE=\angle DEP=\angle F$，∴$\triangle ABE\backsim\triangle DEP\backsim\triangle EFB\backsim\triangle CFP$，

∴图中共有相似三角形有 6 对，故选：A．

11．如图，在矩形 $ABCD$ 中，M 是 BC 边上一点，连接 AM，DM．过点 D 作 $DE\perp AM$，垂足为 E．若 $DE=DC=1$，$AE=2EM$，则 BM 的长为（　　）



A．1　　B．$\frac{2\sqrt{3}}{3}$　　C．$\frac{1}{2}$　　D．$\frac{2\sqrt{5}}{5}$

【解答】解：∵四边形 $ABCD$ 是矩形，∴$AB=DC=1$，$\angle B=\angle C=90°$，$AD\parallel BC$，$AD=BC$，

∴$\angle AMB=\angle DAE$，∵$DE=DC$，∴$AB=DE$，∵$DE\perp AM$，∴$\angle DEA=\angle DEM=90°$，

在$\triangle ABM$ 和$\triangle DEA$ 中，$\begin{cases}\angle AMB=\angle DAE\\ \angle B=\angle DEA=90°\\ AB=DE\end{cases}$，

∴$\triangle ABM\cong\triangle DEA$（$AAS$），∴$AM=AD$，∵$AE=2EM$，∴$BC=AD=3EM$，

在 Rt$\triangle DEM$ 和 Rt$\triangle DCM$ 中，$\begin{cases}DM=DM\\ DE=DC\end{cases}$，

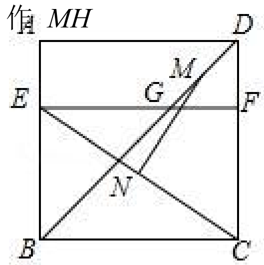
∴Rt$\triangle DEM\cong$Rt$\triangle DCM$（HL），∴$EM=CM$，∴$BC=3CM$，设 $EM=CM=x$，则 $BM=2x$，$AM=BC=3x$，

在 Rt$\triangle ABM$ 中，由勾股定理得：$1^2+(2x)^2=(3x)^2$，解得：$x=\frac{\sqrt{5}}{5}$，∴$BM=\frac{2\sqrt{5}}{5}$；故选：D．

12．如图，四边形 $ABCD$ 是边长为 6 的正方形，点 E 在边 AB 上，$BE=4$，过点 E 作 $EF\parallel BC$，分别交 BD，CD 于 G，F 两点．若 M，N 分别是 DG，CE 的中点，则 MN 的长为（　　）

A．3　　B．$2\sqrt{3}$　　C．$\sqrt{13}$　　D．4

【解答】解：解法一：如图 1，过 M 作 $MK\perp CD$ 于 K，过 N 作 $NP\perp CD$ 于 P，过 M 作 $MH\perp PN$ 于 H，则 $MK\parallel EF\parallel NP$，∵$\angle MKP=\angle MHP=\angle HPK=90°$，∴四边形 $MHPK$ 是矩形，



∴$MK=PH$，$MH=KP$，∵$NP\parallel EF$，N 是 EC 的中点，∴$\frac{CP}{PF}=\frac{CN}{EN}=1$，$\frac{NP}{EF}=\frac{CN}{EC}=\frac{1}{2}$，

∴$PF=\frac{1}{2}FC=\frac{1}{2}BE=2$，$NP=\frac{1}{2}EF=3$，同理得：$FK=DK=1$，∵四边形 $ABCD$ 为正方形，

∴$\angle BDC=45°$，∴$\triangle MKD$ 是等腰直角三角形，∴$MK=DK=1$，$NH=NP-HP=3-1=2$，

∴$MH=2+1=3$，在 Rt$\triangle MNH$ 中，由勾股定理得：$MN=\sqrt{NH^2+MH^2}=\sqrt{2^2+3^2}=\sqrt{13}$；

解法二：如图 2，连接 FM、EM、CM，∵四边形 $ABCD$ 为正方形，

∴$\angle ABC=\angle BCD=\angle ADC=90°$，$BC=CD$，∵$EF\parallel BC$，∴$\angle GFD=\angle BCD=90°$，$EF=BC$，

∴$EF=BC=DC$，∵$\angle BDC=\frac{1}{2}\angle ADC=45°$，∴$\triangle GFD$ 是等腰直角三角形，∵M 是 DG 的中点，

∴$FM=DM=MG$，$FM\perp DG$，∴$\angle GFM=\angle CDM=45°$，∴$\triangle EMF\cong\triangle CMD$，∴$EM=CM$，

每个牛孩身后都有一个牛家长

过 M 作 $MH\perp CD$ 于 H，由勾股定理得：$BD=\sqrt{6^2+6^2}=6\sqrt{2}$，$EC=\sqrt{4^2+6^2}=2\sqrt{13}$，

∵$\angle EBG=45°$，∴$\triangle EBG$ 是等腰直角三角形，∴$EG=BE=4$，∴$BG=4\sqrt{2}$，

∴$DM=\sqrt{2}$∴$MH=DH=1$，∴$CH=6-1=5$，∴$CM=EM=\sqrt{1^2+5^2}=\sqrt{26}$，∵$CE^2=EM^2+CM^2$，

∴$\angle EMC=90°$，∵N 是 EC 的中点，∴$MN=\frac{1}{2}EC=\sqrt{13}$；故选 C．

方法三：连 EM，延长 EM 于 H，使 $EM=MH$，连 DH，CH，可证$\triangle EGM\cong HDM$，再证$\triangle EBC\cong\triangle HDC$，利用中位线可证 $MN=\frac{1}{2}EC=\frac{1}{2}\times2\sqrt{13}=\sqrt{13}$．故选：$C$．

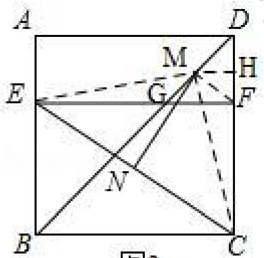
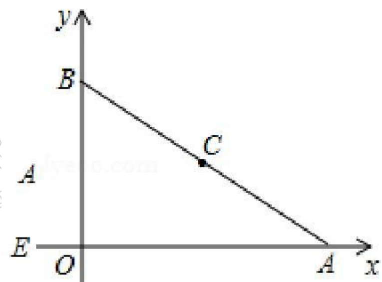


图2



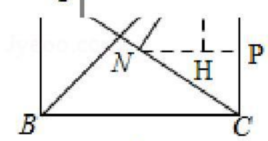


图1

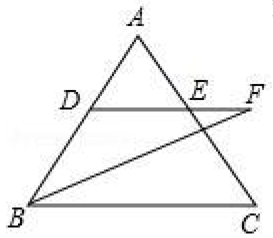
二．填空题（共 4 小题）

13．若菱形的两条对角线长分别是方程 $x^2-10x+24=0$ 的两实根，则菱形的面积为 12．

【解答】解：$x^2-10x+24=0$，解得 $x=6$ 或 $x=4$．所以菱形的面积为：$(6\times4)\div2=12$．

故答案为：12．

14．如图，在$\triangle ABC$ 中，$DE\parallel BC$，BF 平分$\angle ABC$，交 DE 的延长线于点 F．若 $AD=1$，$BD=2$，$BC=4$，则 $EF=\frac{2}{3}$．



【解答】解：∵$DE\parallel BC$，∴$\angle F=\angle FBC$，∵BF 平分$\angle ABC$，∴$\angle DBF=\angle FBC$，∴$\angle F=\angle DBF$，

∴$DB=DF$，∵$DE\parallel BC$，∴$\triangle ADE\backsim\triangle ABC$，∴$\frac{AD}{AD+DB}=\frac{DE}{BC}$，即 $\frac{1}{1+2}=\frac{DE}{4}$，解得：$DE=\frac{4}{3}$，

∵$DF=DB=2$，∴$EF=DF-DE=2-\frac{4}{3}=\frac{2}{3}$，故答案为：$\frac{2}{3}$

16．如图，平面直角坐标系 xOy 中，已知 A（4，0）和 B 点（0，3），点 C 是 AB 的中点，点 P 在 x 轴上，若以 P、A、C 为顶点的三角形与$\triangle AOB$ 相似，那么点 P 的坐标是（2，0）或（$\frac{7}{8}$，0）．

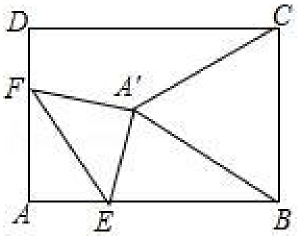
【解答】解：∵A（4，0）和 B 点（0，3），∴$OA=4$，$OB=3$，∴$AB=5$，

∵C 是 AB 的中点，∴$AC=2.5$，设 P（x，0），由题意可知点 P 在点 A 的左侧，

∴$AP=4-x$，∵以 P、A、C 为顶点的三角形与△AOB 相似，∴有△APC∽△AOB 和△ACP∽△AOB 两种情况，当△APC∽△AOB 时，则 $\frac{PA}{AO}=\frac{AC}{AB}$，即 $\frac{4-x}{4}=\frac{2.5}{5}$，解得 $x=2$，∴P（2，0）；当△ACP∽△AOB 时，则 $\frac{AC}{AO}=\frac{AP}{AB}$，

即 $\frac{2.5}{4}=\frac{4-x}{5}$，解得 $x=\frac{7}{8}$，∴P（$\frac{7}{8}$，0）；综上可知 P 点坐标为（2，0）或（$\frac{7}{8}$，0）．故答案为：（2，0）或（$\frac{7}{8}$，0）．

17．如图，在矩形 $ABCD$ 中，$AB=8$，$AD=6$，点 E 为 AB 上一点，$AE=2\sqrt{3}$，点 F 在 AD 上，将△AEF 沿 EF 折叠，当折叠后点 A 的对应点 A' 恰好落在 BC 的垂直平分线上时，折痕 EF 的长为____4 或 $4\sqrt{3}$___．



【解答】解：①当 $AF<\frac{1}{2}AD$ 时，如图 1，将△AEF 沿 EF 折叠，当折叠后点 A 的对应点 A' 恰好落在 BC 的垂直平分线上，则 $A'E=AE=2\sqrt{3}$，$AF=A'F$，$\angle FA'E=\angle A=90°$，设 MN 是 BC 的垂直平分线，则 $AM=\frac{1}{2}AD=3$，过 E 作 $EH\perp MN$ 于 H，则四边形 $AEHM$ 是矩形，∴$MH=AE=2\sqrt{3}$，$A'H=\sqrt{A'E^2-HE^2}=\sqrt{3}$，∴$A'M=\sqrt{3}$，∵$MF^2+A'M^2=A'F^2$，∴$(3-AF)^2+(\sqrt{3})^2=AF^2$，∴$AF=2$，∴$EF=\sqrt{AF^2+AE^2}=4$；

②当 $AF>\frac{1}{2}AD$ 时，如图 2，将△AEF 沿 EF 折叠，当折叠后点 A 的对应点 A' 恰好落在 BC 的垂直平分线上，则 $A'E=AE=2\sqrt{3}$，$AF=A'F$，$\angle FA'E=\angle A=90°$，设 MN 是 BC 的垂直平分线，过 A' 作 $HG\parallel BC$ 交 AB 于 G，交 CD 于 H，则四边形 $AGHD$ 是矩形，∴$DH=AG$，$HG=AD=6$，∴$A'H=A'G=\frac{1}{2}HG=3$，

∴$EG=\sqrt{A'E^2-A'G^2}=\sqrt{3}$，∴$DH=AG=AE+EG=3\sqrt{3}$，∴$A'F=\sqrt{HF^2+A'H^2}=6$，

∴$EF=\sqrt{A'E^2+A'F^2}=4\sqrt{3}$，综上所述，折痕 EF 的长为 4 或 $4\sqrt{3}$，故答案为：4 或 $4\sqrt{3}$．

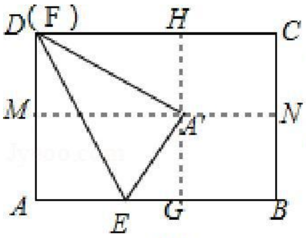


图2

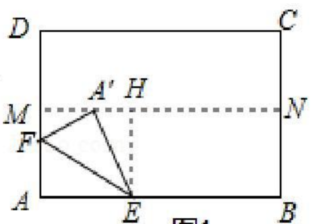
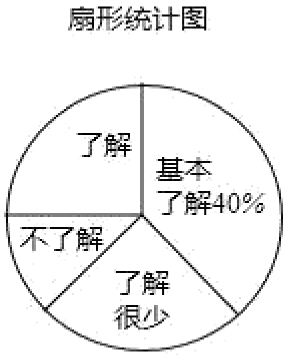


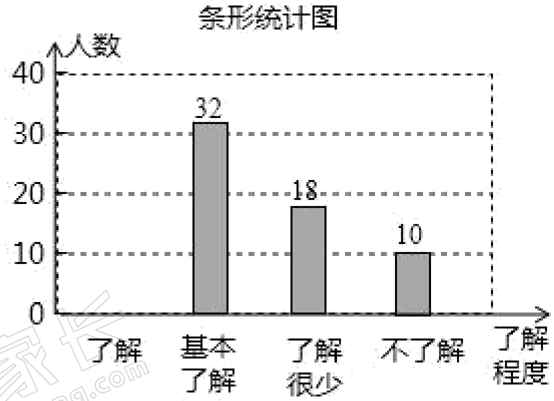
图1

三．解答题（共 8 小题）

19．校园安全受到全社会的广泛关注，某市某中学对部分学生就校园安全知识的了解程度，采用随机抽样调查的方式，并根据收集到的信息进行统计，绘制了尚不完整的统计图．请你根据统计图中所提供的信息解答下列问题：

每个牛孩身后都有一个牛家长





（1）在这次活动中抽查了多少名中学生？

（2）若该中学共有学生 1600 人，请根据上述调查结果，估计该中学学生中对校园安全知识达到“了解”程度的人数．

（3）若从对校园安全知识达到“了解程度的 2 个女生和 2 个男生中随机抽取 2 人参加校园安全知识竞赛，请用树状图或列表法求出恰好抽到 1 个男生和 1 个女生的概率．

【解答】解：（1）32÷40%＝80（名），

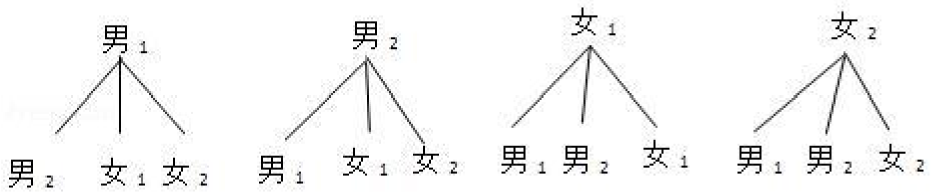
所以在这次活动中抽查了 80 名中学生；

（2）“了解”的人数为 80－32－18－10＝20，

$1600\times\frac{20}{80}=400$，

所以估计该中学学生中对校园安全知识达到“了解”程度的人数为 400 人；

（3）由题意列树状图：



由树状图可知，在 4 名同学中随机抽取 2 名同学的所有等可能的结果有 12 种，恰好抽到一男一女（记为事件 A）的结果有 8 种，

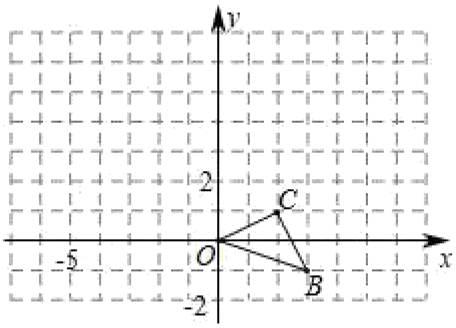
所以 $P(A)=\frac{8}{12}=\frac{2}{3}$．

20．如图，已知点 O 是坐标原点，B、C 两点的坐标分别为（3，－1），（2，1）．

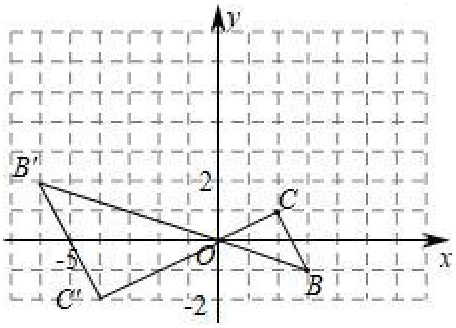
（1）以 O 点为位似中心在 y 轴的左侧将△OBC 放大到原图的 2 倍（即新图与原图的相似比为 2），画出对应的△$OB'C'$；

（2）若△OBC 内部一点 M 的坐标为（a，b），则点 M 对应点 M'的坐标是 （－2a，－2b）；

（3）求出变化后△$OB'C'$ 的面积 10 ．



【解答】解：（1）如图，$\triangle OB'C'$ 为所作；



（2）点 M 对应点 M'的坐标为（－2a，－2b）；（3）$\triangle OB'C'$ 的面积＝$4S_{\triangle OCB}=4\times(2\times3-\frac{1}{2}\times2\times1-\frac{1}{2}\times2\times1-\frac{1}{2}\times3\times1)=10$.

故答案为（－2a，－2b）；10.

21．已知关于 x 的一元二次方程 $x^2-(2k+1)x+k^2+k=0$

求证：（1）方程总有两个不相等的实数根．

（2）若等腰$\triangle ABC$ 的两边 AB，AC 的长是这个方程的两个实数根，第三边 BC 的长为 5．求$\triangle ABC$ 的周长．

【解答】（1）证明：$\Delta=(2k+1)^2-4(k^2+k)$

$=1>0$，

所以方程总有两个不相等的实数根；

（2）$x=\dfrac{2k+1\pm1}{2}$，

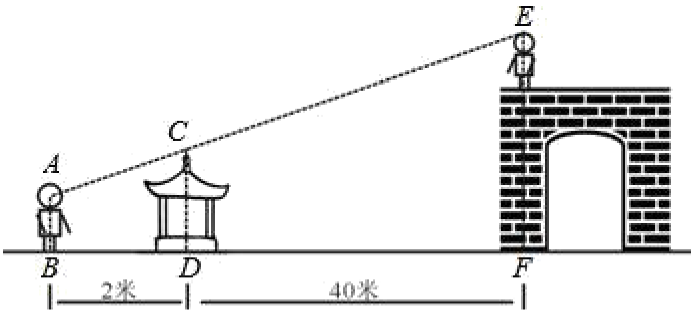
所以 $x_1=k+1$，$x_2=k$，

当 $k+1=5$，解得 $k=4$，三角形三边为 5、5、4，则三角形的周长为 5+5+4＝14；

当 $k=5$，三角形三边为 5、5、6，则三角形的周长为 5+5+6＝15；

综上所述，$\triangle ABC$ 的周长为 14 或 16．

22．《铁血红安》在中央一台热播后，吸引了众多游客前往影视基地游玩．某天小明站在地面上给站在城楼上的小亮照相时发现：他的眼睛、凉亭顶端、小亮头顶三点恰好在一条直线上（如图）．已知小明的眼睛离地面 1.65 米，凉亭顶端离地面 2 米，小明到凉亭的距离为 2 米，凉亭离城楼底部的距离为 40 米，小亮身高 1.7 米．请根据以上数据求出城楼的高度．



【解答】解：过点 A 作 $AM\perp EF$ 于点 M，交 CD 于点 N，

由题意可得：$AN=2m$，$CN=2-1.65=0.35$（m），$MN=40m$，

$\because CN\parallel EM$，

$\therefore \triangle ACN\backsim\triangle AEM$，

$\therefore \frac{CN}{EM}=\frac{AN}{AM}$，

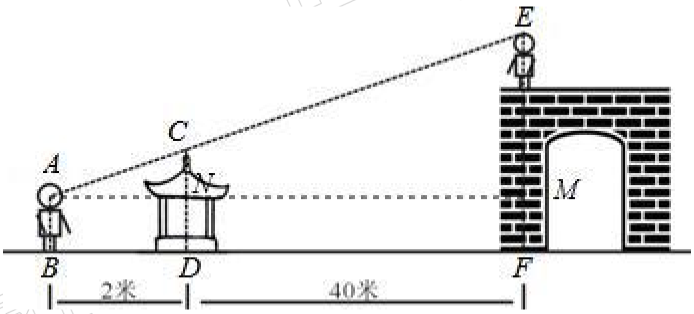
$\therefore \frac{2}{42}=\frac{0.35}{EM}$，

解得：$EM=7.35$，

$\because AB=MF=1.65m$，

故城楼的高度为：$7.35+1.65-1.7=7.3$（米），

答：城楼的高度为 $7.3m$．



23．某汽车租赁公司共有汽车 50 辆，市场调查表明，当租金为每辆每日 200 元时可全部租出，当租金每提高 10 元，租出去的车就减少 2 辆．

（1）当租金提高多少元时，公司的每日收益可达到 10120 元？

（2）公司领导希望日收益达到 10200 元，你认为能否实现？若能，求出此时的租金，若不能，请说明理由．（3）汽车日常维护要一定费用，已知外租车辆每日维护费为 100 元，未租出的车辆维护费为 50 元，当租金为多少元时，公司的利润恰好为 5500 元？（利润＝收益—维护费）

【解答】解：（1）设租金提高 x 元，则每日可租出（$50\frac{2x}{10}$）辆，

依题意，得：$(200+x)(50-\frac{2x}{10})=10120$，

整理，得：$x^2-50x+600=0$，

解得：$x_1=20$，$x_2=30$．

答：当租金提高 20 元或 30 元时，公司的每日收益可达到 10120 元．

（2）假设能实现，

依题意，得：$(200+x)(50-\frac{2x}{10})=10200$，

整理，得：$x^2-50x+1000=0$，

∵$\Delta=(-50)^2-4\times1\times1000=-1500<0$，

∴该一元二次方程无解，

∴日收益不能达到 10200 元．

（3）依题意，得：$(200+x)(50-\frac{2x}{10})-100(50-\frac{2x}{10})-50\times\frac{2x}{10}=5500$，

整理，得：$x^2-100x+2500=0$，

解得：$x_1=x_2=50$，

∴$200+x=250$．

答：当租金为 250 元时，公司的利润恰好为 5500 元．

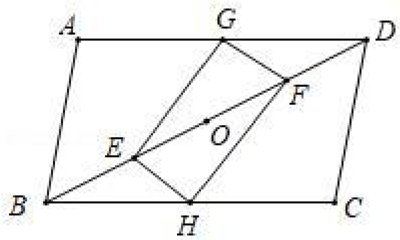
24．已知：如图，在▱*ABCD* 中，*G*、*H* 分别是 *AD*、*BC* 的中点，*E*、*O*、*F* 分别是对角线 *BD* 上的四等分点，顺次连接 *G*、*E*、*H*、*F*．

（1）求证：四边形 *GEHF* 是平行四边形；

（2）当▱ *ABCD* 满足 ~~$AB\perp BD$~~ 条件时，四边形 *GEHF* 是菱形；（3）若 $BD=2AB$，

①探究四边形 *GEHF* 的形状，并说明理由；

②当 $AB=2$，$\angle ABD=120°$ 时，直接写出四边形 *GEHF* 的面积．



【解答】（1）证明：连接 *AC*，如图 1 所示：

∵四边形 *ABCD* 是平行四边形，

∴$OA=OC$，$OB=OD$，

∴*BD* 的中点在 *AC* 上，

∵*E*、*O*、*F* 分别是对角线 *BD* 上的四等分点，

∴*E*、*F* 分别为 *OB*、*OD* 的中点，

∵*G* 是 *AD* 的中点，

∴*GF* 为△*AOD* 的中位线，

∴$GF\parallel OA$，$GF=\frac{1}{2}OA$，

同理：$EH\parallel OC$，$EH=\frac{1}{2}OC$，

∴$EH=GF$，$EH\parallel GF$，

∴四边形 $GEHF$ 是平行四边形；

（2）解：当▱ $ABCD$ 满足 $AB\perp BD$ 条件时，四边形 $GEHF$ 是菱形；理由如下：

连接 GH，如图 2 所示：

则 $AG=BH$，$AG\parallel BH$，

∴四边形 $ABHG$ 是平行四边形，

∴$AB\parallel GH$，

∵$AB\perp BD$，

∴$GH\perp BD$，

∴$GH\perp EF$，

∴四边形 $GEHF$ 是菱形；

故答案为：$AB\perp BD$；

（3）解：①四边形 $GEHF$ 是矩形；理由如下：

由（2）得：四边形 $GEHF$ 是平行四边形，

∴$GH=AB$，

∵$BD=2AB$，

∴$AB=\frac{1}{2}BD=EF$，

∴$GH=EF$，

∴四边形 $GEHF$ 是矩形；

②作 $AM\perp BD$ 于 M，$GN\perp BD$ 于 N，如图 3 所示：则 $AM\parallel GN$，

∵G 是 AD 的中点，

∴GN 是△ADM 的中位线，

∴$GN=\frac{1}{2}AM$，

∵$\angle ABD=120°$，

∴$\angle ABM=60°$，

∴$\angle BAM=30°$，

∴$BM=\frac{1}{2}AB=1$，$AM=\sqrt{3}BM=\sqrt{3}$，

∴$GN=\frac{\sqrt{3}}{2}$，

∵$BD=2AB=4$，

$\therefore EF=\frac{1}{2}BD=2$，

$\therefore \triangle EFG$ 的面积 $=\frac{1}{2}EF\times GN=\frac{1}{2}\times 2\times\frac{\sqrt{3}}{2}=\frac{\sqrt{3}}{2}$，

$\therefore$ 四边形 $GEHF$ 的面积 $=2\triangle EFG$ 的面积 $=\sqrt{3}$.

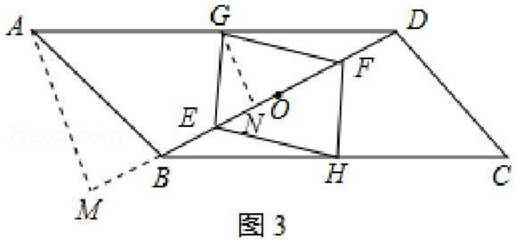


图 3

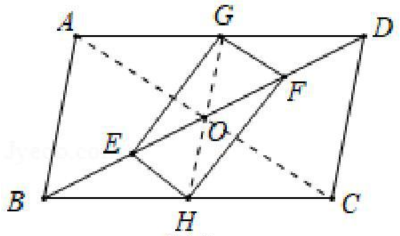


图 2

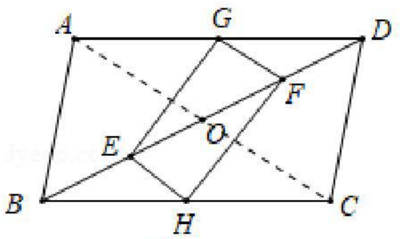


图 1

25. （1）问题发现

如图 1，在 Rt$\triangle ABC$ 中，$\angle A=90°$，$\frac{AB}{AC}=1$，点 P 是边 BC 上一动点（不与点 B 重合），$\angle PAD=90°$，$\angle APD=\angle B$，连接 CD.

填空：①$\frac{PB}{CD}=$ <u>1</u>；②$\angle ACD$ 的度数为 <u>45°</u>.

（2）拓展探究

如图 2，在 Rt$\triangle ABC$ 中，$\angle A=90°$，$\frac{AB}{AC}=k$. 点 P 是边 BC 上一动点（不与点 B 重合），$\angle PAD=90°$，$\angle APD=\angle B$，连接 CD，请判断 $\angle ACD$ 与 $\angle B$ 的数量关系以及 PB 与 CD 之间的数量关系，并说明理由.

（3）解决问题

如图 3，在 $\triangle ABC$ 中，$\angle B=45°$，$AB=4\sqrt{2}$，$BC=12$，P 是边 BC 上一动点（不与点 B 重合），$\angle PAD=\angle BAC$，$\angle APD=\angle B$，连接 CD. 若 $PA=5$，请直接写出 CD 的长.

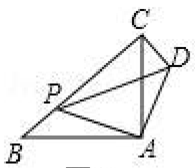


图1

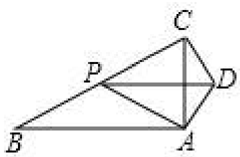


图2

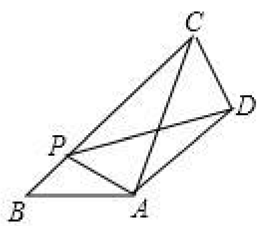


图3

【解答】解：（1）∵$\angle A=90°$，$\frac{AB}{AC}=1$，∴$AB=AC$，∴$\angle B=45°$，∵$\angle PAD=90°$，$\angle APD=\angle B=45°$，

∴$AP=AD$，∴$\angle BAP=\angle CAD$，在$\triangle ABP$与$\triangle ACD$中，$\begin{cases}AB=AC\\ \angle BAP=\angle CAD\\ AP=AD\end{cases}$，∴$\triangle ABP\cong\triangle ACD$，

∴$PB=CD$，$\angle ACD=\angle B=45°$，∴$\frac{PB}{CD}=1$，故答案为：1，45°；

（2）$\angle ACD=\angle B$，$\frac{PB}{CD}=\frac{AB}{AC}=k$；理由是：∵$\angle BAC=\angle PAD=90°$，$\angle B=\angle APD$，

∴$\triangle ABC\backsim\triangle APD$，∴$\frac{AB}{AC}=\frac{AP}{AD}=k$，∵$\angle BAP+\angle PAC=\angle PAC+\angle CAD=90°$，∴$\angle BAP=\angle CAD$，∴$\triangle ABP\backsim\triangle ACD$，

∴$\angle ACD=\angle B$，$\frac{PB}{CD}=\frac{AB}{AC}=k$；

（3）过A作$AH\perp BC$于H，∵$\angle B=45°$，∴$\triangle ABH$是等腰直角三角形，∵$AB=4\sqrt{2}$，

∴$AH=BH=4$，∵$BC=12$，∴$CH=8$，∴$AC=\sqrt{AH^2+CH^2}=4\sqrt{5}$，∴$PH=\sqrt{PA^2-AH^2}=3$，

∴$PB=1$，∵$\angle BAC=\angle PAD=$，$\angle B=\angle APD$，∴$\triangle ABC\backsim\triangle APD$，

∴$\frac{AB}{AC}=\frac{AP}{AD}$，∵$\angle BAP+\angle PAC=\angle PAC+\angle CAD$，∴$\angle BAP=\angle CAD$，

∴$\triangle ABP\backsim\triangle ACD$，

∴$\frac{AB}{AC}=\frac{PB}{CD}$，即$\frac{4\sqrt{2}}{4\sqrt{5}}=\frac{1}{CD}$，∴$CD=\frac{\sqrt{10}}{2}$．过$A$作$AH\perp BC$于$H$，∵$\angle B=45°$，∴$\triangle ABH$是等腰直角三角形，

∵$AB=4\sqrt{2}$，∴$AH=BH=4$，∵$BC=12$，∴$CH=8$，∴$AC=\sqrt{AH^2+CH^2}=4\sqrt{5}$，∴$PH=\sqrt{PA^2-AH^2}=3$，

∴$PB=7$，∵$\angle BAC=\angle PAD=$，$\angle B=\angle APD$，∴$\triangle ABC\backsim\triangle APD$，∴$\frac{AB}{AC}=\frac{AP}{AD}$，∵$\angle BAP+\angle PAC=$

$\angle PAC+\angle CAD$，∴$\angle BAP=\angle CAD$，∴$\triangle ABP\backsim\triangle ACD$，∴$\frac{AB}{AC}=\frac{PB}{CD}$，即$\frac{4\sqrt{2}}{4\sqrt{5}}=\frac{7}{CD}$，

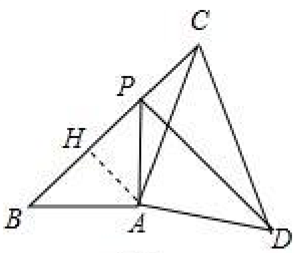


图4

∴$CD=\frac{7\sqrt{10}}{2}$．

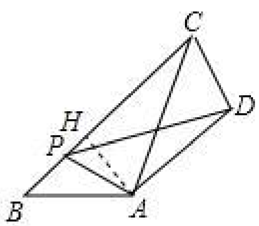


图3

每个牛孩身后都有一个牛家长

加群步骤

① 长按下方二维码+小牛好友

② 备注 "孩子年级"

加入【牛家长微信群】

③ 第一时间了解最新升学动态

小牛助手

微信公众号

郑州牛家长

升学信息 | 原创干货 | 家长社群 | 公益活动