2020年北京市高考适应性测试

数 学答案

第一部分（选择题 共40分）

一、选择题共10题，每题4分，共40分。在每题列出的四个选项中，选出符合题目要求的一项。

1--5. BCCAA　　6--10. DBCAD

10. D（**见视频解读**）

二、填空题共5题，每题5分，共25分。

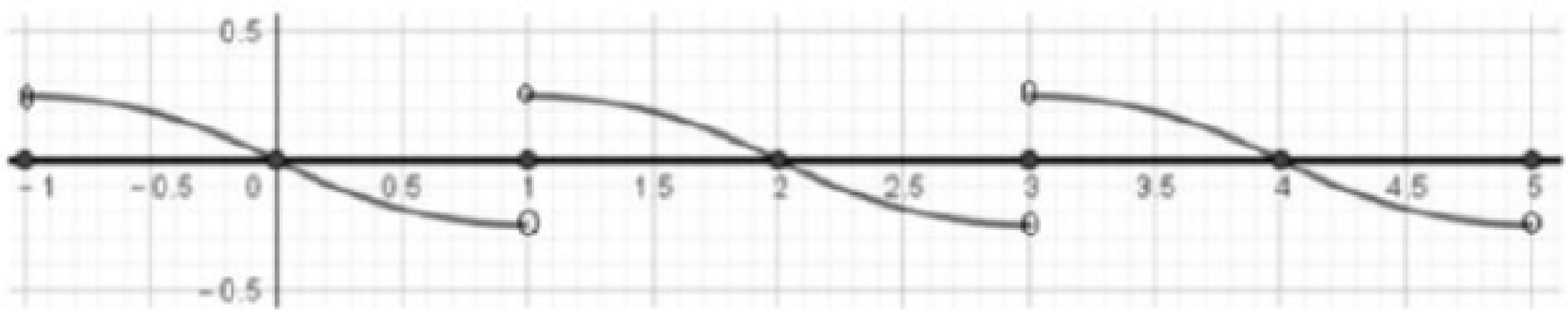
11. 1　　12. -2　　13. 1　　14. $\frac{3}{4}$，$\frac{15\sqrt{7}}{4}$.　15. ①③（见视频解读）

15. 解析.

因为函数$g(x)$是定义域为R的奇函数，所以①正确；

由$g(2-x)+g(x)=0$知函数$y=g(x)$的图像关于点$(1,0)$成中心对称，

由此作出函数$g(x)$的图像如下，由图像知函数$y=g(x)$在$(-1,5)$内有5个零点，故②错误；



对于③，方法一是利用$f(-x)$与$f(x)$关于y轴对称，由图像知③正确。

方法二是利用函数$y=f(x)$的图像，直接解不等式$0<-x<1$,即得$-1<x<0$。故而正确。

注：15题给出的结论中，有多个符合题目要求.全部选对得5分，不选或有错选得0分，其他得3分.

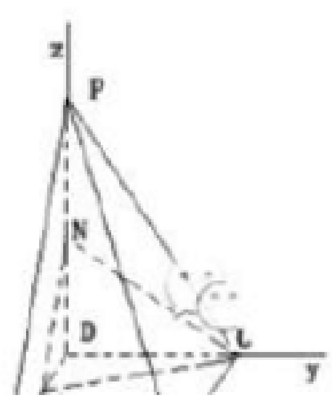
三、解答题共6题，共85分，解答应写出文字说明，演算步骤或证明过程。

16.（本小题14分）

（Ⅰ）证明：

因为M，N分别为AD，PD的中点

所以$PA \parallel MN$，



又因$\begin{matrix} PA \not\subset 平面MNC \\ MN \subset 平面MNC \end{matrix}$

所以$PA//平面MNC$；

（Ⅱ）由题意建立如图所示的空间直角坐标系 D-xyz。

设 AD=2，则 $P(0,0,4), B(2,2,0), M(1,0,0), N(0,0,2), C(0,2,0)$

则 $\overrightarrow{PB}=(2,2,-4), \overrightarrow{MN}=(-1,0,2), \overrightarrow{MC}=(-1,2,0)$

设平面 MNC 的法向量为$\vec{n}=(x,y,z)$，

则$\begin{cases} \vec{n}\cdot\overrightarrow{MN}=-x+2z=0 \\ \vec{n}\cdot\overrightarrow{MC}=-x+2y=0 \end{cases}$，令$x=2$,则$y=1, z=1$，即$\vec{n}=(2,1,1)$

设直线 PB 与平面 MNC 所成角为α，则$\sin\alpha=\dfrac{\left|\vec{n}\cdot\overrightarrow{PB}\right|}{\left|\vec{n}\right|\cdot\left|\overrightarrow{PB}\right|}=\dfrac{4+2-4}{\sqrt{6}\cdot 2\sqrt{6}}=\dfrac{1}{6}$

即直线 PB 与平面 MNC 所成角的正弦值为$\dfrac{1}{6}$.

17.（本小题 14 分）

答案：当$q=2$时，存在，$k_{\min}=10$。

当$q=\dfrac{1}{2}$时，不存在。

当$q=-2$时，存在，$k_{\min}=11$。

理由分别如下。

当$q=2$时，$a_1=3, a_n=3\cdot 2^{n-1}$，$S_n=\dfrac{3-3\cdot 2^n}{1-2}=3\cdot 2^n-3$。

由$3\cdot 2^k-3>2020$得$2^k>674\dfrac{1}{3}$,

$\because 2^9=512$，$2^{10}=1024$，$k\in N_+$，$k_{\min}=10$

当$q=\dfrac{1}{2}$时，$a_1=48, a_n=48\cdot\left(\dfrac{1}{2}\right)^{n-1}$，$S_n=\dfrac{48-48\cdot\left(\dfrac{1}{2}\right)^n}{1-\dfrac{1}{2}}=96-96\cdot\left(\dfrac{1}{2}\right)^n$。

由$96-96\cdot\left(\frac{1}{2}\right)^k>2020$得$-\frac{481}{24}>\left(\frac{1}{2}\right)^k$，不等式无解。此时不存在。

当$q=-2$时，$a_1=3,a_n=3\cdot(-2)^{n-1}$，$S_n=\frac{3-3\cdot(-2)^n}{1-(-2)}=1-(-2)^n$。

由$1-(-2)^k>2020$得$(-2)^k<-2019$，

$\because(-2)^9=-512$，$(-2)^{10}=1024,(-2)^{11}=-2048,k\in N_+$，$k_{\min}=11$

18.（本小题 14 分）

解：(1) 设“丙的高度小于 15 厘米”为事件 M

因为丙的高度小于 15 厘米的有 13 厘米、14 厘米的两株，所以$P(M)=\frac{2}{7}$.

即丙的高度小于 15 厘米的概率为$\frac{2}{7}$。

(2) 设“甲的高度大于乙的高度”为事件 N.

记 A 组 7 株植物依次分别为$A_1,A_2,A_3,A_4,A_5,A_6,A_7$.

B 组 7 株植物依次分别为$B_1,B_2,B_3,B_4,B_5,B_6,B_7$.

从 A 中选出甲，从 B 中选出乙共有$7\times7=49$种情况，

其中满足甲的高度大于乙的高度的有：

(A_4,B_1)、(A_5,B_1)、(A_5,B_2)、(A_6,B_1)、(A_6,B_2)、(A_6,B_3)、(A_7,B_1)、(A_7,B_2)、(A_7,B_3)、(A_7,B_4)、

共 10 种.

所以$P(N)=\frac{10}{49}$.

即甲的高度大于乙的高度的概率为$\frac{10}{49}$

(3) $\mu_0<\mu_1$.

19.（本小题 15 分）（见视频解读）

解：(1) $f(x)$定义域为：R

$$f'(x)=e^x(x-1)+e^x-e^ax=x(e^x-e^a)$$

$\because f(0)=-1$

$\therefore$ 切点为$(0,-1)$

$\because f'(0)=0$

$\therefore y=f(x)$ 在$(0,-1)$处的切线方程为：$y=-1$.

(2) 令$f'(x)=0$，解得：$x_1=0, x_2=a$（$a<0$）

x	$(-\infty,a)$	a	$(a,0)$	0	$(0,+\infty)$
$f'(x)$	+	0	−	0	+
$f(x)$	↑		↓		↑

$\therefore f(x)$在$(-\infty,a)$、$(0,+\infty)$单调递增，在$(a,0)$单调递减.

$\therefore f(x)$在$x=0$处取得极小值为$f(0)=-1$.

(3)由（2）知$f(x)$的极大值为 $f(a)=e^a(a-1)-\frac{1}{2}e^a a^2=(a-1-\frac{1}{2}a^2)e^a<0, (a<0)$

$f(0)=-1<0$，$f(2)=e^2-2e^a$，

$\because a<0, \quad \therefore 0<e^a<1, \quad \therefore f(2)>0$

$\therefore$函数$f(x)$的零点个数为1.

20.（本小题14分）**（见视频讲解）**

解答:（Ⅰ）由题意知$c=\sqrt{3}$，$\because a>c$，$\therefore$只能$b=1$,且焦点在x轴上，$a^2=b^2+c^2=4$

所以椭圆C的方程为：$\frac{x^2}{4}+y^2=1$。

（Ⅱ）由题意可设$M(-x_0,m), N(x_0,m)$，$-1<m<1$。则${x_0}^2=4(1-m^2)$ ----①

因为点D为直线AN上一点，所以$\overrightarrow{AD}=\lambda\overrightarrow{AN}=\lambda(x_0,m-1)$，

所以$\overrightarrow{OD}=\lambda\overrightarrow{AN}+\overrightarrow{OA}=\left(\lambda x0,\lambda(m-1)+1\right)$

所以$K_{BD}\cdot K_{BM}=\dfrac{\lambda(m-1)+2}{\lambda x_0}\cdot\dfrac{m+1}{-x_0}=-\dfrac{1}{4}$

整理得$4\lambda(m^2-1)+8(m+1)=\lambda x_0{}^2$

将①代入整理得$(m+1)[\lambda(m-1)+1]=0$，

$\because m+1\neq 0$, $\therefore \lambda(m-1)+1=0$，即$y_D=0$

所以点D在x轴上。

21.（本小题14分）**（见视频解读）**

设数阵$A_0=\begin{pmatrix}a_{11}&a_{12}\\a_{21}&a_{22}\end{pmatrix}$，其中$a_{11},a_{12},a_{21},a_{22}\in\{1,2,\cdots,6\}$，设$S=\{e_1,e_2,\cdots,e_l\}\subseteq\{1,2,\cdots,6\}$，其中$e_1<e_2<\cdots<e_l, l\in N^*$且$l\le 6$.定义变换$\varphi_k$为"对于数列的每一行，若其中有$k$或$-k$，则这一行中所有数均保持不变"()$(k=e_1,e_2,\cdots,e_l)$.$\varphi_S(A_0)$表示"将$A_0$经过$\varphi_{e_1}$变换得到$A_1$，再将$A_1$经过$\varphi_{e_2}$变换得到$A_2$，…以此类推，最后将$A_{l-1}$经过$\varphi_{e_l}$变换得到$A_l$"，记数阵$A_l$中四个数的和为$T_S(A_0)$.

（Ⅰ）若$A_0=\begin{pmatrix}1&2\\1&5\end{pmatrix}$，写出$A_0$经过$\varphi_2$变换后得到的数阵$A_1$；

（Ⅱ）若$A_0=\begin{pmatrix}1&3\\3&6\end{pmatrix}$，$S=\{1,3\}$,求$T_S(A_0)$的值；

（Ⅲ）对任意确定的一个矩阵A_0，证明：$T_S(A_0)$的所有可能取值的和不超过-4.

解（Ⅰ）经过ϕ_2变换$A_1=\begin{pmatrix}-1&-2\\1&5\end{pmatrix}$

（Ⅱ）　$A_0=\begin{pmatrix}1&3\\3&6\end{pmatrix}$经过$\phi_1$变换得到$A_1=\begin{pmatrix}-1&-3\\3&6\end{pmatrix}$经过$\phi_3$变换得到

$A_3=\begin{pmatrix}1&3\\3&-6\end{pmatrix}$

所以$T_S(A_0)=1+3+(-3)+(-6)=-5$

（III）因为集合S共有含空集在内的子集64个，令$\varphi_{\phi}(A_0)=A_0$,对于第一行a_{11}和a_{12}

①若$a_{11}=a_{12}$，则含a_{11}的子集有32个，这32个A_l中第一行为$-a_{11}$，$-a_{12}$；不含有a_{11}的子集有32个，这32个A_l中第一行为a_{11}，a_{12}，所有A_l中第一行的和为0。

①若$a_{11}\neq a_{12}$，则含a_{11}且a_{12}的子集有16个，不含有a_{11}且不含a_{12}的子集有16个，这32个A_l中第一行为a_{11}，a_{12}；不含有a_{11}含a_{12}的子集有16个，含有a_{11}不含a_{12}的子集有16个，这32个A_l中第一行为$-a_{11}$，$-a_{12}$；所有A_l中第一行的和为0。

同理，所有A_l中第二行的和为$\mathbf{0}$。即$\sum_{U\subseteq S}T_U(A_0)=\mathbf{0}$

但是$\varphi_{\phi}(A_0)=A_0$，所以$\sum_{S\neq\phi}T_S(A_0)=0-T_{\phi}(A_0)=-(a_{11}+a_{12}+a_{21}+a_{22})\leq -4$