2020年北京市高考适应性测试

数　学

本试卷共 6 页，150 分。考试时长 120 分钟。考生务必将答案答在答题卡上，在试卷上作答无效。考试结束后，将本试卷和答题卡一并交回。

第一部分（选择题　共 40 分）

一、选择题共 10 题，每题 4 分，共 40 分。在每题列出的四个选项中，选出符合题目要求的一项。

（1）在复平面内，复数 $i(i+2)$ 对应的点的坐标为

（A）$(1,\ 2)$　　（B）$(-1,\ 2)$　　（C）$(2,\ 1)$　　（D）$(2,\ -1)$

（2）已知集合 $A=\{x|x<2\}$，$B=\{-1,0,1,2,3\}$，则 $A\cap B=$

（A）$\{0,1\}$　　（B）$\{0,1,2\}$　　（C）$\{-1,0,1\}$　　（D）$\{-1,0,1,2\}$

（3）下列函数中，在区间 $(0,+\infty)$ 上为减函数的是

（A）$y=\sqrt{x+1}$　　（B）$y=x^2-1$　　（C）$y=(\frac{1}{2})^x$　　（D）$y=\log_2 x$

（4）函数 $f(x)=\sqrt{x^2-5x+6}$ 的定义域为

（A）$\{x|x\le 2$ 或 $x\ge 3\}$　　（B）$\{x|x\le -3$ 或 $x\ge -2\}$

（C）$\{x|2\le x\le 3\}$　　（D）$\{x|-3\le x\le -2\}$

（5）圆心为 $(2,\ 1)$ 且和 x 轴相切的圆的方程是

（A）$(x-2)^2+(y-1)^2=1$　　（B）$(x+2)^2+(y+1)^2=1$

（C）$(x-2)^2+(y-1)^2=5$　　（D）$(x+2)^2+(y+1)^2=5$

（6）要得到函数 $y=\sin(2x-\frac{\pi}{3})$ 的图象，只需要将函数 $y=\sin 2x$ 的图象

（A）向左平移 $\frac{\pi}{3}$ 个单位　　（B）向左平移 $\frac{\pi}{6}$ 个单位

（C）向右平移 $\frac{\pi}{3}$ 个单位　　（D）向右平移 $\frac{\pi}{6}$ 个单位

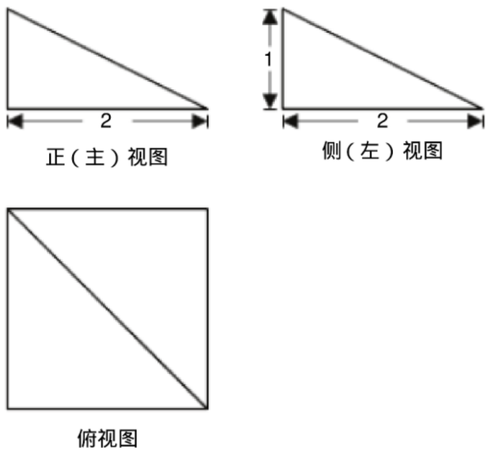
（7）某四棱锥的三视图如图所示，则该四棱锥的体积为

（A）$\frac{2}{3}$

（B）$\frac{4}{3}$

（C）2

（D）4



（8）已知点 A(2, 0)，B(0, - 2)．若点 P 在函数 $y=\sqrt{x}$ 的图象上，则使得 △PAB 的面积为 2 的点 P 的个数为

（A）1　　（B）2　　（C）3　　（D）4

（9）设 $\{a_n\}$ 是等差数列，且公差不为零，其前 n 项和为 S_n．则"$?n\in N^*$，$S_{n+1}>S_n$"是"$\{a_n\}$ 为递增数列"的

（A）充分而不必要条件　　（B）必要而不充分条件

（C）充分必要条件　　（D）既不充分也不必要条件

（10）学业水平测试成绩按照考生原始成绩从高到低分为 A，B，C，D，E 五个等级．某班共有 36 名学生且全部选考物理、化学两科，这两科的学业水平测试成绩如图所示．该班学生中，这两科等级均为 A 的学生有 5 人，这两科中仅有一科等级为 A 的学生，其另外一科等级为 B．则该班

（A）物理化学等级都是 B 的学生至多有 12人

（B）物理化学等级都是 B 的学生至少有 5 人

（C）这两科只有一科等级为 B 且最高等级为 B 的学生至多有 18 人

（D）这两科只有一科等级为 B 且最高等级为 B 的学生至少有 1 人

等级 / 科目	A	B	C	D	E
物理	10	16	9	1	0
化学	8	19	7	2	0

第二部分（非选择题 共 110 分）

二、填空题共 5 题，每题 5 分，共 25 分。

（11）已知双曲线 $\frac{x^2}{a^2}-y^2=1\ (a>0)$ 的一条渐近线方程为 $x+y=0$，则 $a=$________．

（12）已知向量 $a=(1,m)$，$b=(2,1)$，且 $a\perp b$，则 $m=$________．

（13）抛物线 $y^2=4x$ 上到其焦点的距离为 1 的点的个数为 ________．

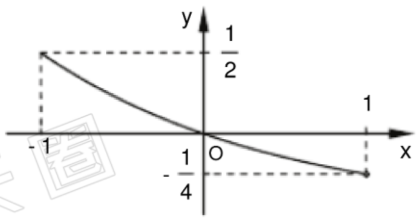
（14）在 $\triangle ABC$ 中，$a=4$，$b=5$，$c=6$，则 $\cos A=$________，$\triangle ABC$ 的面积为 ________．

（15）函数 $f(x)$ 的定义域为 $[-1,1)$，其图象如图所示．函数 $g(x)$ 是定义域为 R 的奇函数，满足 $g(2-x)+g(x)=0$，且当 $x\in(0,1)$ 时，$g(x)=f(x)$．给出下列三个结论：

① $g(0)=0$；

②函数 $g(x)$ 在 $(-1,5)$ 内有且仅有 3 个零点；

③不等式 $f(-x)<0$ 的解集为 $\{x\,|-1<x<0\}$．



其中，正确结论的序号是 ________．

注：本题给出的结论中，有多个符合题目要求。全部选对得 5 分，不选或有错选得 0 分，其他得 3 分。

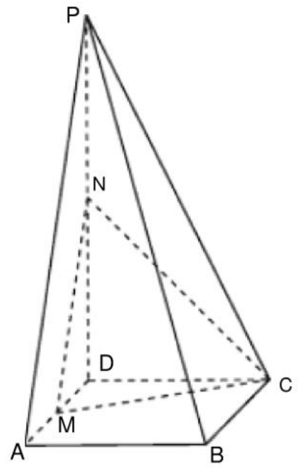
三、解答题共 6 题，共 85 分。解答应写出文字说明，演算步骤或证明过程。

（16）（本小题 14 分）

如图，在四棱锥 $P-ABCD$ 中，$PD=2AD$，$PD\perp DA$，$PD\perp DC$，底面 $ABCD$ 为正方形，M，N 分别为 AD，PD 的中点．

（Ⅰ）求证：$PA\parallel$ 平面 MNC；

（Ⅱ）求直线 PB 与平面 MNC 所成角的正弦值．



（17）（本小题 14 分）

已知 $\{a_n\}$ 是公比为 q 的无穷等比数列，其前 n 项和为 S_n，满足 $a_3=12$，________．是否存在正整数 k，使得 $S_k>2020$？若存在，求 k 的最小值；若不存在，说明理由．

从① $q=2$，② $q=\frac{1}{2}$，③ $q=-2$ 这三个条件中任选一个，补充在上面问题中并作答．

注：如果选择多个条件分别解答，按第一个解答计分。

(18)(本小题 14 分)

为贯彻十九大报告中"要提供更多优质生态产品以满足人民日益增长的优美生态环境需要"的要求，某生物小组通过抽样检测植物高度的方法来监测培育的某种植物的生长情况．现分别从 A, B, C 三块试验田中各随机抽取 7 株植物测量高度，数据如下表（单位：厘米）：

A 组	10	11	12	13	14	15	16
B 组	12	13	14	15	16	17	18
C 组	13	14	15	16	17	18	19

假设所有植株的生长情况相互独立．从 A, B, C 三组各随机选 1 株，A 组选出的植株记为甲，B 组选出的植株记为乙，C 组选出的植株记为丙．

(Ⅰ)求丙的高度小于 15 厘米的概率；

(Ⅱ)求甲的高度大于乙的高度的概率；

(Ⅲ)表格中所有数据的平均数记为 μ_0．从 A, B, C 三块试验田中分别再随机抽取 1 株该种植物，它们的高度依次是 14, 16, 15（单位：厘米）．这 3 个新数据与表格中的所有数据构成的新样本的平均数记为 μ_1，试比较 μ_0 和 μ_1 的大小．（结论不要求证明）

(19)(本小题 15 分)

已知函数 $f(x)=e^x(x-1)-\frac{1}{2}e^a x^2$，$a<0$．

(Ⅰ)求曲线 $y=f(x)$ 在点 $(0, f(0))$ 处的切线方程；

(Ⅱ)求函数 $f(x)$ 的极小值；

(Ⅲ)求函数 $f(x)$ 的零点个数．

（20）（本小题 14 分）

已知椭圆 C 的短轴的两个端点分别为 $A(0,1)$，$B(0,-1)$，焦距为 $2\sqrt{3}$．

（Ⅰ）求椭圆 C 的方程；

（Ⅱ）已知直线 $y=m$ 与椭圆 C 有两个不同的交点 M,N，设 D 为直线 AN 上一点，且直线 BD，BM 的斜率的积为 $-\frac{1}{4}$．证明：点 D 在 x 轴上．

（21）（本小题 14 分）

设数阵 $A_0=\begin{pmatrix} a_{11} & a_{12} \\ a_{21} & a_{22} \end{pmatrix}$，其中 $a_{11},a_{12},a_{21},a_{22}\in\{1,2,\cdots,6\}$．设 $S=\{e_1,e_2,\cdots,e_l\}$? $\{1,2,\cdots,6\}$，其中 $e_1<e_2<\cdots<e_l$，$l\in N^*$ 且 $l\le 6$．定义变换 $?_k$ 为"对于数阵的每一行，若其中有 k 或 $-k$，则将这一行中每个数都乘以 -1；若其中没有 k 且没有 $-k$，则这一行中所有数均保持不变"（$k=e_1,e_2,\cdots,e_l$）．$?_S(A_0)$ 表示"将 A_0 经过 $?_{e_1}$ 变换得到 A_1，再将 A_1 经过 $?_{e_2}$ 变换得到 A_2，…，以此类推，最后将 A_{l-1} 经过 $?_{e_l}$ 变换得到 A_l"，记数阵 A_l 中四个数的和为 $T_S(A_0)$．

（Ⅰ）若 $A_0=\begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 1 & 5 \end{pmatrix}$，写出 A_0 经过 $?_2$ 变换后得到的数阵 A_1；

（Ⅱ）若 $A_0=\begin{pmatrix} 1 & 3 \\ 3 & 6 \end{pmatrix}$，$S=\{1,3\}$，求 $T_S(A_0)$ 的值；

（Ⅲ）对任意确定的一个数阵 A_0，证明：$T_S(A_0)$ 的所有可能取值的和不超过 -4．

（考生务必将答案答在答题卡上，在试卷上作答无效）

END