

2019 年河南省重点中学内部摸底试卷

数 学(六)

注意:本试卷分试题卷和答题卡两部分,考试时间 100 分钟,满分 120 分.考生应首先阅读试题卷上的文字信息,然后在答题卡上作答,在试题卷上作答无效,交卷时只交答题卡.

一、选择题(每小题 3 分,共 30 分.下列各小题均有四个答案,其中只有一个是正确的.)

1. -6 的绝对值是

- A. 6 B. $\frac{1}{6}$ C. -6 D. 0.6

2. 2019 年 4 月 22 日河南电视台新闻报道“自去年 4 月 1 日以来,郑州市共接待游客接近 360 万人次.”360 万这个数字用科学记数法表示为

- A. 3.6×10^4 B. 3.6×10^5 C. 3.6×10^6 D. 36×10^5

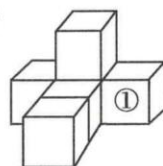
3. 下列各式计算正确的是

- A. $(a-b)^2 = a^2 - b^2$ B. $2a^{-1} = \frac{1}{2a} (a \neq 0)$

- C. $(-a^2)^3 \div a^4 = -a$ D. $2a^2 \cdot 3a^3 = 6a^5$

4. 如图所示是由 6 个同样大小的正方体摆成的几何体.将正方体①移走后,所得几何体

- A. 主视图改变,左视图改变
B. 俯视图不变,左视图不变
C. 俯视图改变,左视图改变
D. 主视图改变,左视图不变



5. 为了解某小区居民的用水情况,随机抽查了 10 户家庭的月用水量,结果如下表:

月用水量/吨	4	5	6	9
户数	3	4	2	1

则这 10 户家庭的月用水量,下列说法错误的是

- A. 中位数是 5 吨 B. 众数是 5 吨 C. 极差是 3 吨 D. 平均数是 5.3 吨

6. 下列方程有两个相等的实数根的是

- A. $x^2 + x + 1 = 0$ B. $4x^2 + x + 1 = 0$
C. $x^2 + 12x + 36 = 0$ D. $x^2 + x - 2 = 0$

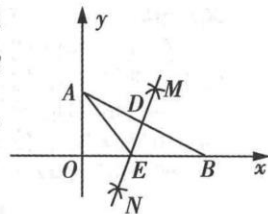
7. 2019 年 3 月 12 日“植树节”这天,郑州市某班级有 20 名同学,共种了 52 棵树苗,其中男生每人种树 3 棵,女生每人种树 2 棵.设男生有 x 人,女生有 y 人,下列方程组正确的是

- A. $\begin{cases} x+y=52, \\ 3x+2y=20 \end{cases}$ B. $\begin{cases} x+y=52, \\ 2x+3y=20 \end{cases}$
C. $\begin{cases} x+y=20, \\ 2x+3y=52 \end{cases}$ D. $\begin{cases} x+y=20, \\ 3x+2y=52 \end{cases}$

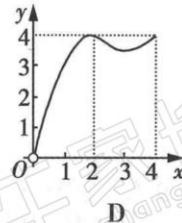
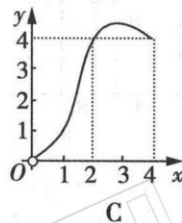
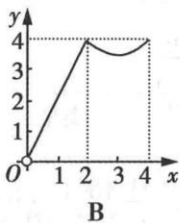
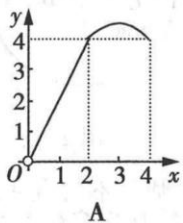
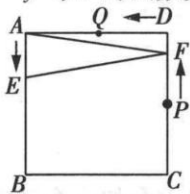
8. 经过某十字路口的汽车,可能直行,也可能左转或者右转.如果这三种可能性大小相同,则经过这个十字路口的两辆汽车一辆左转,一辆右转的概率是

- A. $\frac{4}{7}$ B. $\frac{4}{9}$ C. $\frac{2}{9}$ D. $\frac{1}{9}$

9. 如图所示,在 $\text{Rt}\triangle ABO$ 中, $\angle AOB = 90^\circ$,以 O 为原点,以 OB 和 OA 所在的直线建立平面直角坐标系,分别以点 A 、 B 为圆心,大于 $\frac{1}{2}AB$ 长为半径画弧相交于点 M 、 N ,连接 MN ,与 AB 、 OB 分别交于点 D 、 E ,连接 AE . 若 $AO = 3$, $BO = 5$ 时,则点 E 的坐标为

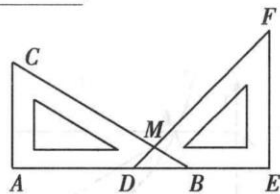


- A. (1.6, 0) B. (2, 0)
C. (3, 0) D. (2.5, 0)
10. 如图所示,正方形 $ABCD$ 的边长为 4,点 P 、 Q 分别是 CD 、 AD 的中点,动点 E 从点 A 向点 B 运动,到点 B 时停止运动;同时,动点 F 从点 P 出发,沿 $P \rightarrow D \rightarrow Q$ 运动,点 E 、 F 的运动速度相同. 设点 E 的运动路程为 x , $\triangle AEF$ 的面积为 y ,能大致刻画 y 与 x 的函数关系的图象是

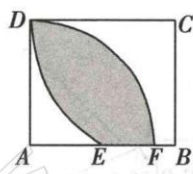


二、填空题(每小题 3 分,共 15 分)

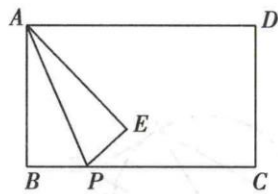
11. 计算: $\frac{1}{2}\sqrt{4} - (5 - \pi)^0 =$ _____.
12. 如图所示,将三角尺 ABC 和三角尺 DEF (其中 $\angle A = \angle E = 90^\circ$, $\angle C = 60^\circ$, $\angle F = 45^\circ$) 摆放在一起,使得点 A 、 D 、 B 、 E 在同一条直线上, BC 交 DF 于点 M ,那么 $\angle CMF$ 的度数等于 _____.



第 12 题图



第 14 题图



第 15 题图

13. 不等式组 $\begin{cases} 2+x > 0 \\ 2x-6 \leq 0 \end{cases}$ 的整数解的和是 _____.
14. 如图所示,以矩形 $ABCD$ 的顶点 A 为圆心,线段 AD 长为半径画弧,交 AB 边于 F 点;再以顶点 C 为圆心,线段 CD 长为半径画弧,交 AB 边于 E 点. 若 $AD = 5$, $CD = 5\sqrt{2}$,则 \widehat{DE} 、 \widehat{DF} 和 EF 围成的阴影面积是 _____.
15. 在矩形 $ABCD$ 中, $AB = 5$, $BC = 7$,点 P 是直线 BC 上一动点,若将 $\triangle ABP$ 沿 AP 折叠,使点 B 落在平面上的点 E 处,连接 AE 、 PE . 若 P 、 E 、 D 三点在一直线上时,则 $BP =$ _____.

三、解答题(本大题共 8 个小题,满分 75 分)

16. (8 分)先化简,再求值: $\left(\frac{x^2}{x-1} - x + 1\right) \div \frac{4x^2 - 4x + 1}{1-x}$,其中 x 满足 $x^2 + x - 2 = 0$.

17. (9 分)2018 年是中国人民抗日战争暨世界反法西斯战争胜利 73 周年,9 月 3 日全国各地举行有关纪念活动,为了解初中学生对二战历史的知晓情况,某初中课外兴趣小组在本校学生中开展了专题调查活动,随机抽取了部分学生进行问卷调查,根据学生的答题情况,将结果分为 A、B、C、D 四类,其中 A 类表示“非常了解”,B 类表示“比较了解”,C 类表示“基本了解”;D 类表示“不太了解”,调查的数据经整理后形成尚未完成的条形统计

图(如图1所示)和扇形统计图(如图2所示):

- (1)在这次抽样调查中,一共抽查了_____名学生;
- (2)请把图1中的条形统计图补充完整;
- (3)图2的扇形统计图中D类部分所对应扇形的圆心角的度数为_____°;
- (4)如果这所学校共有初中学生1500名,请你估算该校初中学生中对二战历史“非常了解”和“比较了解”的学生共有多少名?

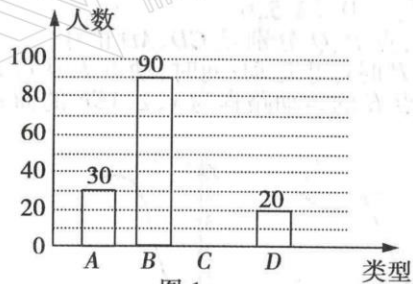


图1

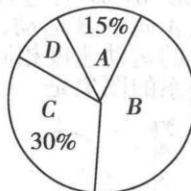
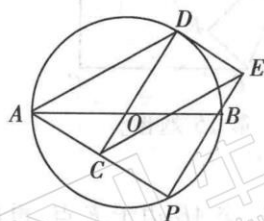
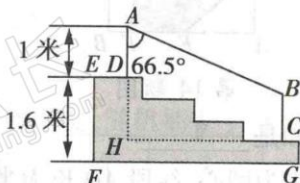


图2

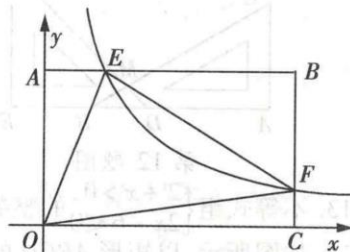
18. (9分) 如图所示, AB 是 $\odot O$ 直径, 点 P 是 AB 下方的半圆上不与点 A, B 重合的一个动点, 点 C 为 AP 中点, 延长 CO 交 $\odot O$ 于点 D , 连接 AD , 过点 D 作 $\odot O$ 的切线交 PB 的延长线于点 E , 连接 CE .
- (1) 求证: $\triangle DAC \cong \triangle ECP$;
 - (2) 填空:
 - ① 当 $\angle DAP =$ _____ 时, 四边形 $DEPC$ 为正方形;
 - ② 在点 P 运动过程中, 若 $\odot O$ 半径为 10, $\tan \angle DCE = \frac{1}{2}$, 则 $AD =$ _____.



第18题图



第19题图



第20题图

19. (9分) 郑州市某中学体育场看台的侧面如图阴影部分所示, 看台有四级高度相等的小台阶. 已知看台高为 1.6 米, 现要做一个不锈钢的扶手 AB 及两根与 FG 垂直且长为 1 米的不锈钢架杆 AD 和 BC (杆子的底端分别为 D, C), 且 $\angle DAB = 66.5^\circ$. 求所用不锈钢材料的总长度 (即 $AD + AB + BC$, 结果精确到 0.1 米). (参考数据: $\sin 66.5^\circ \approx 0.92$, $\cos 66.5^\circ \approx 0.40$, $\tan 66.5^\circ \approx 2.30$)
20. (9分) 如图所示, 将一矩形 $OABC$ 放在直角坐标系中, O 为坐标原点, 点 A 在 y 轴正半轴上, 点 E 是边 AB 上的一个动点 (不与点 A, B 重合), 过点 E 的反比例函数 $y = \frac{k}{x} (x > 0)$ 的图象与边 BC 交于点 F .
- (1) 若 $\triangle OAE$ 的面积为 S_1 , 且 $S_1 = 1$, 求 k 的值;
 - (2) 若 $OA = 2, OC = 4$, 反比例函数 $y = \frac{k}{x} (x > 0)$ 的图象与边 AB 、边 BC 交于点 E 和 F , 当 $\triangle BEF$ 沿 EF 折叠, 点 B 恰好落在 OC 上, 求 k 的值.

21. (10 分) 某商场计划购进 A、B 两种新型节能台灯共 100 盏, 这两种台灯的进价、售价如表所示:

类型 \ 价格	进价/(元/盏)	售价/(元/盏)
A 型	30	45
B 型	50	70

- (1) 若商场预计进货款为 3 500 元, 则这两种台灯各购进多少盏?
 (2) 若商场规定 B 型台灯的进货数量不超过 A 型台灯数量的 3 倍, 应怎样进货才能使商场在销售完这批台灯时获利最多? 此时利润为多少元?
22. (10 分) 如图 1 所示, 在三角形 $\triangle ABC$ 中, $BA = BC$; 三角形 $\triangle ADC$ 和三角形 $\triangle ABC$ 关于 AC 对称.
- (1) 将图 1 中的 $\triangle ACD$ 以 A 为旋转中心, 逆时针方向旋转角 α , 使 $\alpha = \angle BAC$, 得到如图 2 所示的 $\triangle AC'D$, 分别延长 BC 和 DC' 交于点 E , 则四边形 $ACEC'$ 的形状是 _____;
 (2) 将图 1 中的 $\triangle ACD$ 以 A 为旋转中心, 按逆时针方向旋转角 α , 使 $\alpha = 2\angle BAC$, 得到如图 3 所示的 $\triangle AC'D$, 连接 DB 和 $C'C$, 得到四边形 $BCC'D$, 请判断四边形 $BCC'D$ 的形状, 并说明理由;
 (3) 在图 3 中, $BC = 5\sqrt{5}$, $AC = 10$, 将 $\triangle AC'D$ 沿着射线 DB 方向平移 a , 得到 $\triangle A'C''D'$, 连接 BD' , CC'' , 使四边形 $BCC''D'$ 恰好为正方形, 请直接写出 a 的值.

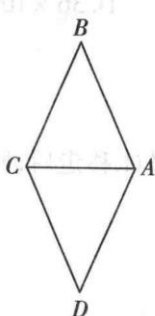


图 1

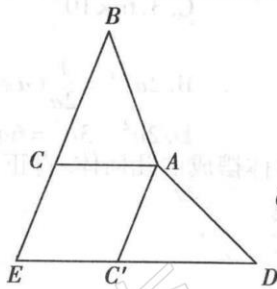


图 2

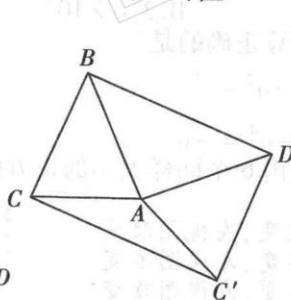


图 3

23. (11 分) 如图 1 所示, 抛物线 $y = ax^2 + bx + 6$ 的开口向下与 x 轴交于点 $A(-6, 0)$ 和点 $B(2, 0)$ 与 y 轴交于点 C , 点 P 是抛物线上一个动点 (不与点 C 重合).
- (1) 求抛物线的解析式;
 (2) 当点 P 是抛物线上一个动点, 若 $\triangle PCA$ 的面积为 12, 求点 P 的坐标;
 (3) 如图 2 所示, 抛物线的顶点为 D , 在抛物线上是否存在点 E , 使得 $\angle EAB = 2\angle DAC$, 若存在, 请直接写出点 E 的坐标; 若不存在, 请说明理由.

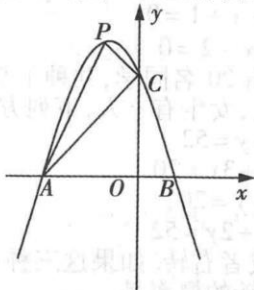


图 1

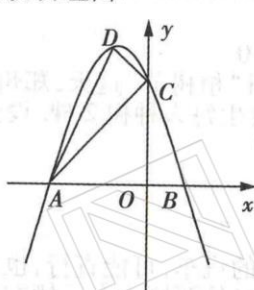


图 2