

2019 年高中毕业年级第二次质量预测 文科数学试题卷

本试卷分第Ⅰ卷(选择题)和第Ⅱ卷(非选择题)两部分.考试时间 120 分钟,满分 150 分.考生应首先阅读答题卡上的文字信息,然后在答题卡上作答,在试题卷上作答无效.交卷时只交答题卡.

第Ⅰ卷(选择题 共 60 分)

一、选择题(本大题共 12 小题,每小题 5 分,共 60 分.在每小题给出的四个选项中,只有一项是符合题目要求的.)

1. 已知全集 $U=\mathbf{R}$, $A=\{x|-1<x<1\}$, $B=\{y|y>0\}$, 则 $A\cap(\complement_{\mathbf{R}}B)=$

- A. $(-1,0)$ B. $(-1,0]$ C. $(0,1)$ D. $[0,1)$

2. 已知 i 是虚数单位,复数 z 满足 $\frac{2z}{1-z}=i$, 则 $|z| =$

- A. 5 B. $\sqrt{5}$ C. $\frac{\sqrt{5}}{5}$ D. $\frac{1}{5}$

3. 南宋数学家秦九韶在《数书九章》中提出的秦九韶算法至今仍是多项式求值比较先进的算法,已知 $f(x)=2019x^{2018}+2018x^{2017}+\dots+2x+1$, 程序框图设计的是求 $f(x_0)$ 的值,在 M 处应填的执行语句是

- A. $n=2018-i$
B. $n=2019-i$
C. $n=i+1$
D. $n=i+2$

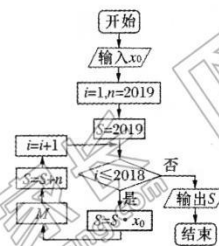
4. 已知双曲线 $\frac{x^2}{a^2}-\frac{y^2}{b^2}=1(a>0,b>0)$ 的离心率为 $\sqrt{2}$, 则它的一条渐近线被圆 $x^2+y^2-6x=0$ 截得的线段长为

- A. $\frac{3}{2}$ B. 3 C. $\frac{3\sqrt{2}}{2}$ D. $3\sqrt{2}$

5. 将甲、乙两个篮球队 5 场比赛的得分数据整理成如图所示的茎叶图,由图可知以下结论正确的是

- A. 甲队平均得分高于乙队的平均得分
B. 甲队得分的中位数大于乙队得分的中位数
C. 甲队得分的方差大于乙队得分的方差
D. 甲乙两队得分的极差相等

甲				乙		
9	8	6	2	8	9	
1	1		3	0	1	2



6. 将函数 $f(x) = 2\sin x$ 的图象向左平移 $\frac{\pi}{6}$ 个单位, 然后纵坐标不变, 横坐标变为原来的 2 倍, 得到 $g(x)$ 的图象, 下面四个结论正确的是

- A. 函数 $g(x)$ 在区间 $[0, \frac{2}{3}\pi]$ 上为增函数
B. 将函数 $g(x)$ 的图象向右平移 $\frac{\pi}{6}$ 个单位后得到的图象关于原点对称
C. 点 $(\frac{\pi}{3}, 0)$ 是函数 $g(x)$ 图象的一个对称中心
D. 函数 $g(x)$ 在 $[\pi, 2\pi]$ 上的最大值为 1

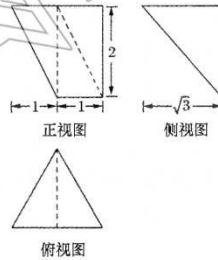
7. 高斯是德国著名的数学家, 近代数学奠基者之一, 享有“数学王子”的称号, 用其名字命名的“高斯函数”为: 设 $x \in \mathbf{R}$, 用 $[x]$ 表示不超过 x 的最大整数, 则 $y = [x]$ 称为高斯函数.

例如: $[-2.1] = -3$, $[3.1] = 3$, 已知函数 $f(x) = \frac{2^x + 3}{2^x + 1}$, 则函数 $y = [f(x)]$ 的值域为

- A. $\{0, 1, 2, 3\}$ B. $\{0, 1, 2\}$ C. $\{1, 2, 3\}$ D. $\{2, 2\}$

8. 某几何体的三视图如右图所示, 则该几何体的体积为

- A. $\sqrt{3}$
B. $\frac{4\sqrt{3}}{3}$
C. $\frac{5\sqrt{3}}{3}$
D. 2



9. 已知抛物线 $C: y^2 = 2x$, 过原点作两条互相垂直的直线分别交 C 于 A, B 两点 (A, B 均不与坐标原点重合), 则抛物线的焦点 F 到直线 AB 距离的最大值为

- A. 2 B. 3 C. $\frac{3}{2}$ D. 4
A. $(-\infty, -\sqrt{3}) \cup (\sqrt{3}, +\infty)$ B. $(-\infty, -\frac{\sqrt{3}}{3}) \cup (\frac{\sqrt{3}}{3}, +\infty)$
C. $(\sqrt{3}, +\infty)$ D. $(\frac{\sqrt{3}}{3}, +\infty)$

11. 在长方体 $ABCD-A_1B_1C_1D_1$ 中, $AD=DD_1=1$, $AB=\sqrt{3}$, E, F, G 分别是棱 AB, BC, CC_1 的中点, P 是底面 $ABCD$ 内一动点, 若直线 D_1P 与平面 EFG 没有公共点, 则三角形 PBB_1 面积的最小值为

- A. $\frac{\sqrt{3}}{2}$ B. 1 C. $\frac{\sqrt{3}}{4}$ D. $\frac{1}{2}$

12. 函数 $f(x)$ 是定义在 $(0, +\infty)$ 上的可导函数, $f'(x)$ 为其导函数, 若 $xf'(x) + f(x) = e^x(x-2)$ 且 $f(3) = 0$, 则不等式 $f(x) < 0$ 的解集为
- A. $(0, 2)$ B. $(0, 3)$ C. $(2, 3)$ D. $(3, +\infty)$

第 II 卷 (主观题部分, 共 90 分)

本卷包括必考题和选考题两部分. 第 13—21 题为必考题, 每个试题考生都必须作答, 第 22—23 题为选考题, 考生根据要求作答.

二、填空题 (本大题共 4 小题, 每小题 5 分, 共 20 分, 把答案填在答题卡上.)

13. 已知 O 为坐标原点, 向量 $\vec{OA} = (1, 2)$, $\vec{OB} = (-2, -1)$, 若 $2\vec{AP} = \vec{AB}$, 则 $|\vec{OP}| =$ _____.

14. 设实数 x, y 满足 $\begin{cases} x-3y+10 \leq 0, \\ x+2 \geq 0, \\ x+2y-5 \leq 0, \end{cases}$ 则 $z = \frac{y}{x}$ 的取值范围为 _____.

15. 在 $\triangle ABC$ 中, 角 A, B, C 所对的边分别为 a, b, c , 且 $\sin C + 2\sin C \cos B = \sin A$, $C \in (0, \frac{\pi}{2})$, $a = \sqrt{6}$, $\cos B = \frac{1}{3}$, 则 $b =$ _____.

16. 已知函数 $f(x) = ae^{\frac{1}{2}x^2} - b$ ($a, b \in \mathbb{R}$), 若函数 $f(x)$ 有两个极值点 x_1, x_2 , 且 $\frac{x_2}{x_1} \geq 2$, 则实数 a 的取值范围是 _____.

三、解答题 (本大题共 6 小题, 共 70 分. 解答应写出文字说明, 证明过程或演算步骤.)

17. (本小题满分 12 分)

数列 $\{a_n\}$ 满足 $\frac{a_1}{2} + \frac{a_2}{3} + \dots + \frac{a_n}{n+1} = n^2 + n$, $n \in \mathbb{N}^*$.

(I) 求 $\{a_n\}$ 的通项公式;

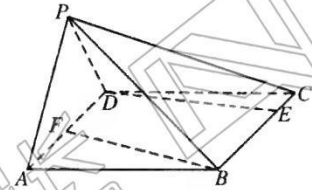
(II) 设 $b_n = \frac{1}{a_n}$, 数列 $\{b_n\}$ 的前 n 项和为 S_n , 求满足 $S_n > \frac{9}{20}$ 的最小正整数 n .

18. (本小题满分 12 分)

四棱锥 $P-ABCD$ 中, 底面 $ABCD$ 是边长为 2 的菱形, $\angle BAD = \frac{\pi}{3}$, $\triangle PAD$ 是等边三角形, F 为 AD 的中点, $PD \perp EF$.

(I) 求证: $AD \perp PB$;

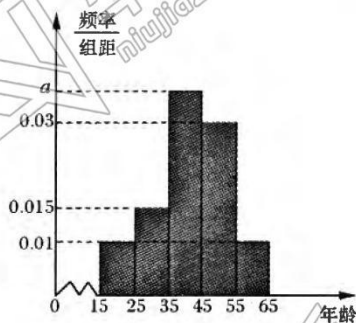
(II) 若 E 在线段 BC 上, 且 $EC = \frac{1}{4}BC$, 能否在棱 PC 上找到一点 G , 使平面 $DEG \perp$ 平面 $ABCD$? 若存在, 求四面体 $D-CEG$ 的体积.



19. (本小题满分 12 分)

为推动更多人阅读, 联合国教科文组织确定每年的 4 月 23 日为“世界读书日”. 设立目的是希望居住在世界各地的人, 无论你是年老还是年轻, 无论你是贫穷还是富裕, 都能享受阅读的乐趣, 都能尊重和感谢为人类文明做出过巨大贡献思想大师们, 都能保护知识产权. 为了解不同年龄段居民的主要阅读方式, 某校兴趣小组在全市随机调查了 200 名居民, 经统计这 200 人中通过电子阅读与纸质阅读的人数之比为 3:1. 将这 200 人按年龄分组, 其中统计通过电子阅读的居民的频率分布直方图如图所示.

(I) 求 a 的值及通过电子阅读的居民的年龄;



	电子阅读	纸质阅读	合计
青少年			
中老年			
合计			

(II) 把年龄在第 1, 2, 3 组的居民称为青少年组, 年龄在第 4, 5 组的居民称为中老年组, 若选出的 200 人中通过纸质阅读的中老年人有 30 人, 请完成上面 2×2 列联表, 则是否有 97.5% 的把握认为阅读方式与年龄有关?

$P(K^2 \geq k_0)$	0.150	0.100	0.050	0.025	0.010
k_0	2.072	2.706	3.841	5.024	6.635

$$K^2 = \frac{n(ad-bc)^2}{(a+b)(c+d)(a+c)(b+d)}$$

20. (本小题满分 12 分)

椭圆 $\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1 (a > b > 0)$ 的左右焦点分别为 F_1, F_2 , A 为椭圆上一动点(异于左右顶点), 若 $\triangle AF_1F_2$ 的周长为 $4 + 2\sqrt{3}$, 且面积的最大值为 $\sqrt{3}$.

(I) 求椭圆 C 的方程;

(II) 设 A, B 是椭圆上两动点, 线段 AB 的中点为 P , OA, OB 的斜率分别为 k_1, k_2 (O 为坐标原点), 且 $k_1 k_2 = -\frac{1}{4}$, 求 $|OP|$ 的取值范围.

21. (本小题满分 12 分)

已知函数 $f(x) = ax \ln x - bx^2 - ax$.

(I) 曲线 $y = f(x)$ 在点 $(1, f(1))$ 处的切线方程为 $x + y + \frac{1}{2} = 0$, 求 a, b 的值;

(II) 若 $a \leq 0, b = \frac{1}{2}$ 时, $\forall x_1, x_2 \in (1, e)$, 都有 $\frac{|f(x_1) - f(x_2)|}{|x_1 - x_2|} < 3$, 求 a 的取值范围.

请考生在 22、23 两题中任选一题作答,如果多做,则按所做的第一题记分.

22. [选修 4-4:坐标系与参数方程](10 分)

在平面直角坐标系 xOy 中,以 O 为极点, x 轴的正半轴为极轴,建立极坐标系,曲线 C

的极坐标方程为 $\rho^2 \cos^2 \theta + 3\rho^2 \sin^2 \theta = 12$, 直线 l 的参数方程为
$$\begin{cases} x = -2 + \frac{\sqrt{2}}{2}t, \\ y = \frac{\sqrt{2}}{2}t \end{cases} \quad (t \text{ 为参数}).$$
 直

线 l 与曲线 C 分别交于 M, N 两点.

(I) 若点 P 的极坐标为 $(2, \pi)$, 求 $|PM| \cdot |PN|$ 的值;

(II) 求曲线 C 的内接矩形周长的最大值.

23. [选修 4-5:不等式选讲](10 分)

设函数 $f(x) = |ax+1| + |x-a| (a > 0)$, $g(x) = x^2 - x$.

(I) 当 $a=1$ 时, 求不等式 $g(x) \geq f(x)$ 的解集;

(II) 已知 $f(x) \geq 2$ 恒成立, 求 a 的取值范围.