绝密★启用前

2018年普通高等学校招生全国统一考试

文科数学试题参考答案

一、选择题

1. A　　2. C　　3. A　　4. C　　5. B　　6. D

7. A　　8. B　　9. B　　10. C　　11. B　　12. D

二、填空题

13. -7　　14. 6　　15. $2\sqrt{2}$　　16. $\frac{2\sqrt{3}}{3}$

三、解答题

17. 解：

（1）由条件可得 $a_{n+1}=\frac{2(n+1)}{n}a_n$.

将 $n=1$ 代入得，$a_2=4a_1$，而 $a_1=1$，所以，$a_2=4$.

将 $n=2$ 代入得，$a_3=3a_2$，所以，$a_3=12$.

从而 $b_1=1$，$b_2=2$，$b_3=4$.

（2）$\{b_n\}$ 是首项为1，公比为2的等比数列.

由条件可得 $\frac{a_{n+1}}{n+1}=\frac{2a_n}{n}$，即 $b_{n+1}=2b_n$，又 $b_1=1$，所以 $\{b_n\}$ 是首项为1，公比为2的等比数列.

（3）由（2）可得 $\frac{a_n}{n}=2^{n-1}$，所以 $a_n=n\cdot 2^{n-1}$.

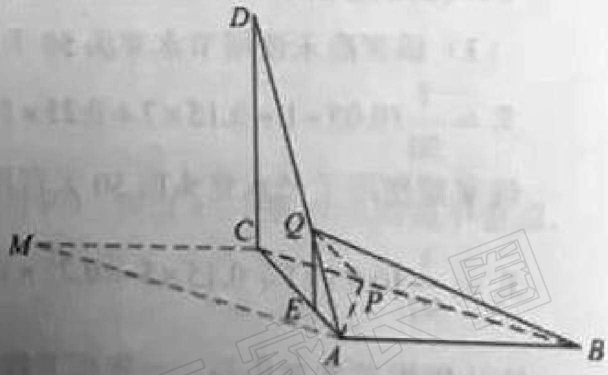
18. 解：

（1）由已知可得，$\angle BAC=90^\circ$，$BA\perp AC$.

又 $BA\perp AD$，所以 $AB\perp$ 平面 ACD.

又 $AB\subset$ 平面 ABC，

所以平面 $ACD\perp$ 平面 ABC.



（2）由已知可得，$DC=CM=AB=3$，$DA=3\sqrt{2}$.

又 $BP=DQ=\frac{2}{3}DA$，所以 $BP=2\sqrt{2}$.

作 $QE\perp AC$，垂足为 E，则 $QE \mathrel{/\!/} \frac{1}{3}DC$.

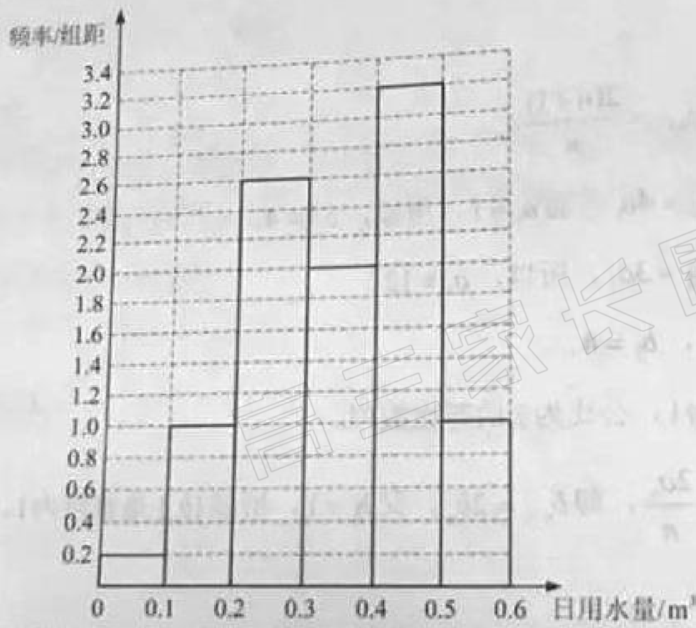
由已知及（1）可得 $DC\perp$ 平面 ABC，所以 $QE\perp$ 平面 ABC，$QE=1$.

因此，三棱锥 $Q-ABP$ 的体积为

$$V_{Q-ABP}=\frac{1}{3}\times QE\times S_{\triangle ABP}=\frac{1}{3}\times 1\times\frac{1}{2}\times 3\times 2\sqrt{2}\sin 45^\circ=1.$$

19．解：

（1）



（2）根据以上数据，该家庭使用节水龙头后50天日用水量小于 $0.35\,m^3$ 的频率为

$$0.2\times0.1+1\times0.1+2.6\times0.1+2\times0.05=0.48,$$

因此该家庭使用节水龙头后日用水量小于 $0.35\,m^3$ 的概率的估计值为0.48.

（3）该家庭未使用节水龙头50天日用水量的平均数为

$$\overline{x}_1=\frac{1}{50}(0.05\times1+0.15\times3+0.25\times2+0.35\times4+0.45\times9+0.55\times26+0.65\times5)=0.48.$$

该家庭使用了节水龙头后50天日用水量的平均数为

$$\overline{x}_2=\frac{1}{50}(0.05\times1+0.15\times5+0.25\times13+0.35\times10+0.45\times16+0.55\times5)=0.35.$$

估计使用节水龙头后，一年可节省水 $(0.48-0.35)\times365=47.45\,(m^3)$.

20．解：

（1）当 l 与 x 轴垂直时，l 的方程为 $x=2$，可得 M 的坐标为 $(2,2)$ 或 $(2,-2)$.

所以直线 BM 的方程为 $y=\frac{1}{2}x+1$ 或 $y=-\frac{1}{2}x-1$.

（2）当 l 与 x 轴垂直时，AB 为 MN 的垂直平分线，所以 $\angle ABM=\angle ABN$.

当 l 与 x 轴不垂直时，设 l 的方程为 $y=k(x-2)\ (k\neq 0)$，$M(x_1,y_1)$，$N(x_2,y_2)$，则 $x_1>0$，$x_2>0$.

由 $\begin{cases} y=k(x-2), \\ y^2=2x \end{cases}$ 得 $ky^2-2y-4k=0$，可知 $y_1+y_2=\frac{2}{k}$，$y_1y_2=-4$.

直线 BM，BN 的斜率之和为

$$k_{BM}+k_{BN}=\frac{y_1}{x_1+2}+\frac{y_2}{x_2+2}=\frac{x_2y_1+x_1y_2+2(y_1+y_2)}{(x_1+2)(x_2+2)}. \quad ①$$

将 $x_1=\frac{y_1}{k}+2$，$x_2=\frac{y_2}{k}+2$ 及 y_1+y_2，y_1y_2 的表达式代入①式分子，可得

$$x_2y_1+x_1y_2+2(y_1+y_2)=\frac{2y_1y_2+4k(y_1+y_2)}{k}=\frac{-8+8}{k}=0.$$

所以 $k_{BM}+k_{BN}=0$，可知 BM，BN 的倾斜角互补，所以 $\angle ABM=\angle ABN$.

综上，$\angle ABM=\angle ABN$.

21．解：

（1）$f(x)$ 的定义域为 $(0,+\infty)$，$f'(x)=ae^x-\frac{1}{x}$.

由题设知，$f'(2)=0$，所以 $a=\frac{1}{2e^2}$.

从而 $f(x)=\frac{1}{2e^2}e^x-\ln x-1$，$f'(x)=\frac{1}{2e^2}e^x-\frac{1}{x}$.

当 $0<x<2$ 时，$f'(x)<0$；当 $x>2$ 时，$f'(x)>0$.

所以 $f(x)$ 在 $(0,2)$ 单调递减，在 $(2,+\infty)$ 单调递增.

（2）当 $a\geqslant\frac{1}{e}$ 时，$f(x)\geqslant\frac{e^x}{e}-\ln x-1$.

设 $g(x)=\frac{e^x}{e}-\ln x-1$，则 $g'(x)=\frac{e^x}{e}-\frac{1}{x}$.

当 $0<x<1$ 时，$g'(x)<0$；当 $x>1$ 时，$g'(x)>0$. 所以 $x=1$ 是 $g(x)$ 的最小值点.

故当 $x>0$ 时，$g(x)\geqslant g(1)=0$.

因此，当 $a\geqslant\frac{1}{e}$ 时，$f(x)\geqslant 0$.