

文科数学全国一

一、选择题：本题共 12 小题，每小题 5 分，共 60 分，在每小题给出的四个选项中，只有一项是符合题目要求的。

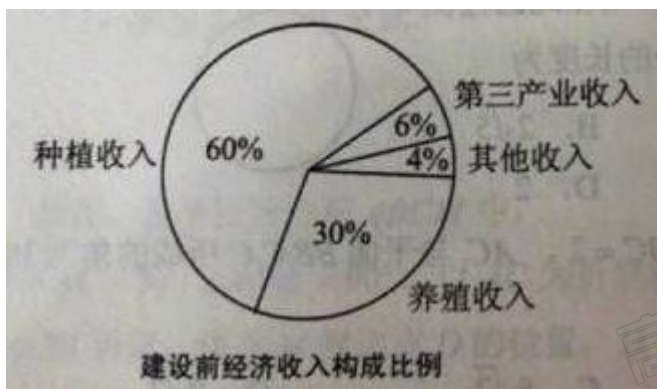
1. 已知集合  $A = \{0, 2\}$ ,  $B = \{-2, -1, 0, 1, 2\}$ , 则  $A \cap B =$

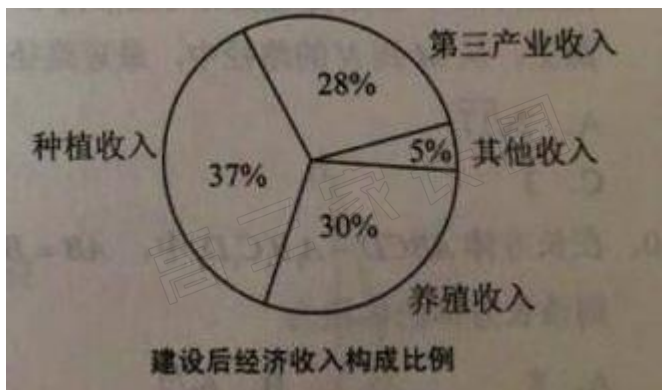
- A.  $\{0, 2\}$
- B.  $\{1, 2\}$
- C.  $\{0\}$
- D.  $\{-2, -1, 0, 1, 2\}$

2. 设  $z = \frac{1-i}{1+i} + 2i$ , 则  $|z| =$

- A. 0
- B.  $\frac{1}{2}$
- C. 1
- D.  $\sqrt{2}$

3. 某地区经过一年的新农村建设，农村的经济收入增加了一倍，实现翻番，为更好地了解该地区农村的经济收入变化情况，统计了该地区新农村建设前后农村的经济收入构成比例，得到如下饼图：





则下面结论中不正确的是

- A. 新农村建设后，种植收入减少
- B. 新农村建设后，其他收入增加了一倍以上
- C. 新农村建设后，养殖收入增加了一倍
- D. 新农村建设后，养殖收入与第三产业收入的总和超过了经济收入的一半

4. 已知椭圆 C:  $\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{4} = 1$  的一个焦点为 (2, 0)，则 C 的离心率为

- A.  $\frac{1}{3}$
- B.  $\frac{1}{2}$
- C.  $\frac{\sqrt{2}}{2}$
- D.  $\frac{2\sqrt{2}}{2}$

5. 已知椭圆的上、下底面的中心分别为  $O_1$ ， $O_2$ ，过直线  $O_1O_2$  的平面截该圆柱所得的截面是面积为 8 的正方形，则该圆柱的表面积为

- A.  $12\sqrt{2}\pi$
- B.  $12\pi$
- C.  $8\sqrt{2}\pi$
- D.  $10\pi$

6. 设函数  $f(x) = x^3 + (a-1)x^2 + ax$ 。若  $f(x)$  为奇函数，则曲线  $y=f(x)$  在点 (0, 0) 处的切线

方程为

- A.  $y=-2x$
- B.  $y=-x$
- C.  $y=2x$
- D.  $y=x$

7. 在 $\triangle ABC$ 中, AD为BC边上的中线, E为AD的中点, 则  $\overrightarrow{EB} =$

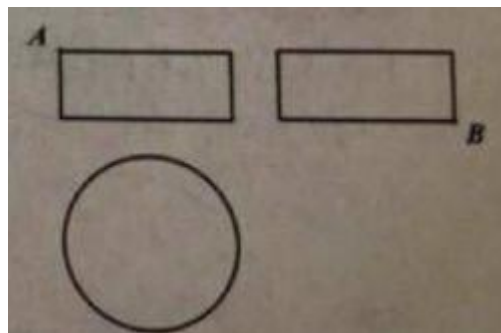
- A.  $\frac{3}{4}\overrightarrow{AB} - \frac{1}{4}\overrightarrow{AC}$
- B.  $\frac{1}{4}\overrightarrow{AB} - \frac{3}{4}\overrightarrow{AC}$
- C.  $\frac{3}{4}\overrightarrow{AB} + \frac{1}{4}\overrightarrow{AC}$
- D.  $\frac{1}{4}\overrightarrow{AB} + \frac{3}{4}\overrightarrow{AC}$

8. 已知函数  $f(x) = 2\cos^2 x - \sin^2 x + 2$ , 则

- A.  $f(x)$  的最小正周期为  $\pi$ , 最大值为 3
- B.  $f(x)$  的最小正周期为  $\pi$ , 最大值为 4
- C.  $f(x)$  的最小正周期为  $2\pi$ , 最大值为 3
- D.  $f(x)$  的最小正周期为  $2\pi$ , 最大值为 4

9. 某圆柱的高为 2, 底面周长为 16, 其三视图如右图。

圆柱表面上的点 M 在正视图上的对应点为 A, 圆柱表面上的点 N 在左视图上的对应点为 B, 则在此圆柱侧面上, 从 M 到 N 的路径中, 最短路径的长度为



- A.  $2\sqrt{17}$
- B.  $2\sqrt{5}$
- C. 3
- D. 2

10. 在长方体  $ABCD-A_1B_1C_1D_1$  中,  $AB=BC=2$ ,  $AC_1$  与平面  $BB_1C_1C$  所成的角为  $30^\circ$ , 则该长方体的体积为

- A. 8
- B.  $6\sqrt{2}$
- C.  $8\sqrt{2}$

D.  $8\sqrt{3}$

11. 已知角  $\alpha$  的顶点为坐标原点，始边与  $x$  轴的非负半轴重合，终边上有两点  $A(1, a)$ ,  $B(2, b)$ ,

且  $\cos 2\alpha = \frac{2}{3}$ , 则  $|a-b| =$

A.  $\frac{1}{5}$

B.  $\frac{\sqrt{5}}{5}$

C.  $\frac{2\sqrt{5}}{5}$

D. 1

12. 设函数  $f(x) = \begin{cases} 2^{-x}, & x \leq 0 \\ 1, & x > 0 \end{cases}$  则满足  $f(x+1) < f(2x)$  的  $x$  的取值范围是

A.  $(-\infty, 0]$

B.  $(0, +\infty)$

C.  $(-1, 0)$

D.  $(-\infty, 0)$

二、填空题：本题共 4 小题，每小题 5 分，共 20 分。

13. 已知函数  $f(x) = \log_2(x^2+a)$ , 若  $f(3) = 1$ , 则  $a =$ \_\_\_\_\_。

14. 若  $x, y$  满足约束条件  $\begin{cases} x-2y-2 \leq 0 \\ x-y+1 \geq 0 \\ y \leq 0 \end{cases}$  则  $z=3x+2y$  的最大值为\_\_\_\_\_。

15. 直线  $y=x+1$  与圆  $x^2+y^2+2y-3=0$  交于  $A, B$  两点, 则  $|AB| =$ \_\_\_\_\_。

16.  $\triangle ABC$  的内角  $A, B, C$  的对边分别为  $a, b, c$ , 已知  $b\sin C + c\sin B = 4a\sin B\sin C$ ,  $b^2 + c^2 - a^2 = 8$ , 则  $\triangle ABC$  的面积为\_\_\_\_\_。

三、解答题：共 70 分。解答应写出文字说明、证明过程或演算步骤。第 17~21 题为必考题，每个试题考生都必须作答。第 22、23 题为选考题，考生根据要求作答。

(一) 必考题：共 60 分。

17. (12 分)

已知数列  $\{a_n\}$  满足  $a_1 = 1$ ,  $a_{n+1} = 2(n+1)a_n$ , 设  $b_n = \frac{a_n}{n}$ 。

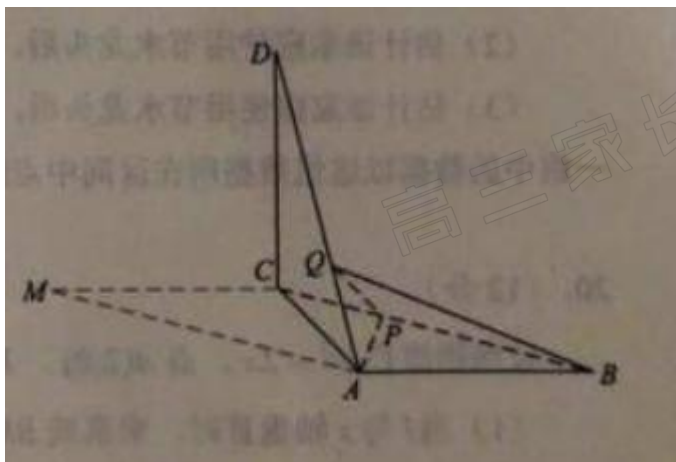
- (1) 求  $b_1$  ,  $b_2$  ,  $b_3$  ;
- (2) 判断数列  $\{b_n\}$  是否为等比数列, 并说明理由。
- (3) 求  $\{a_n\}$  的通项公式。

18. (12 分)

如图, 在平行四边形 ABCM 中,  $AB=AC=3$ ,  $\angle ACM=90^\circ$ , 以 AC 为折痕将  $\triangle ACM$  折起, 使点 M 到达点 D 的位置, 且  $AB \perp DA$ 。

(1) 证明: 平面  $ACD \perp$  平面  $ABC$ ;

(2) Q 为线段 AD 上一点, P 为线段 BC 上一点, 且  $BP=DQ=\frac{2}{3}DA$ , 求三棱锥 Q-ABP 的体积。



19. (12 分)

某家庭记录了未使用节水龙头 50 天的日用水量数据 (单位:  $m^3$ ) 和使用了节水龙头 50 天的日用水量数据, 得到频数分布表如下:

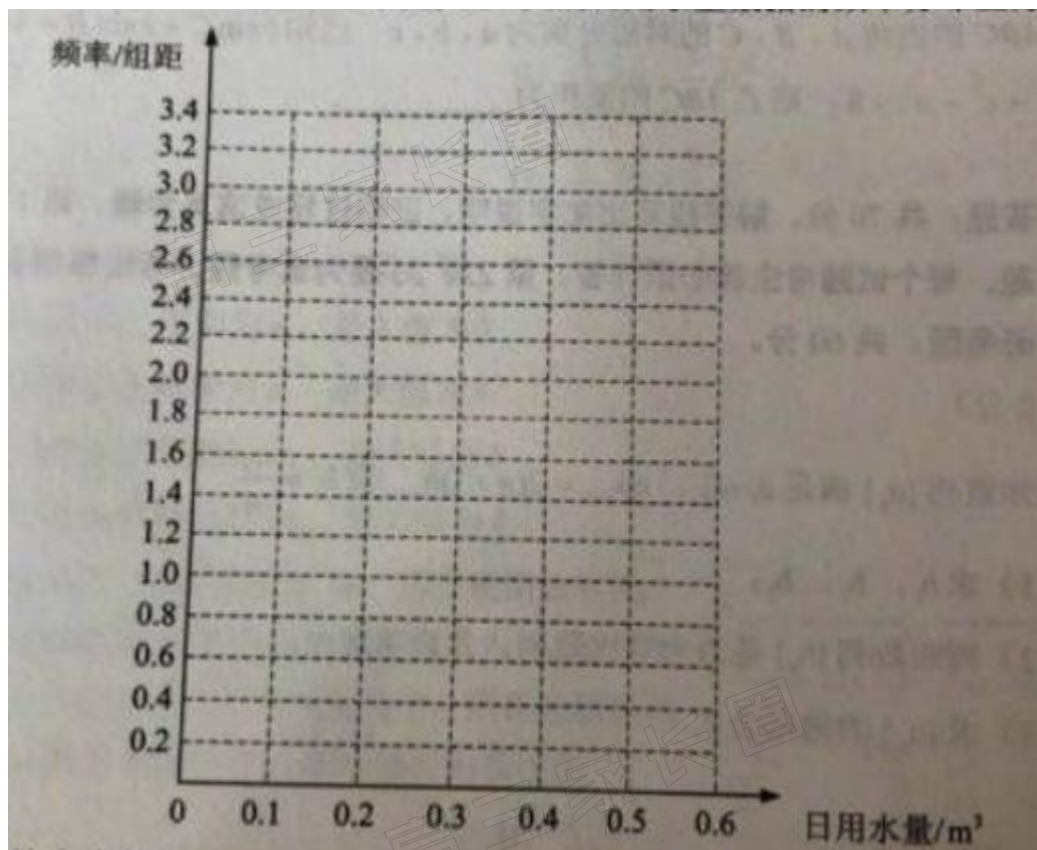
未使用节水龙头 50 天的日用水量频数分布表

日用水量	[0, 0.1)	[0.1, 0.2)	[0.2, 0.3)	[0.3, 0.4)	[0.4, 0.5)	[0.5, 0.6)	[0.6, 0.7)
频数	1	3	2	4	9	26	5

使用了节水龙头 50 天的日用水量频数分布表

日用水量	[0, 0.1)	[0.1, 0.2)	[0.2, 0.3)	[0.3, 0.4)	[0.4, 0.5)	[0.5, 0.6)
频数	1	5	13	10	16	5

- (1) 在答题卡上作出使用了节水龙头 50 天的日用水量数据的频率分布直方图;



(2) 估计该家庭使用节水龙头后，日用水量小于  $0.35 \text{ m}^3$  的概率；

(3) 估计该家庭使用节水龙头后，一年能节省多少水？（一年按 365 天计算，同一组中的数据以这组数据所在区间中点的值作代表）

20. (12 分)

设抛物线  $C: y^2 = 2x$ ，点  $A(2, 0)$ ， $B(-2, 0)$ ，过点  $A$  的直线  $l$  与  $C$  交于  $M$ ， $N$  两点，

(1) 当  $l$  与  $x$  轴垂直时，求直线  $BM$  的方程；

(2) 证明： $\angle ABM = \angle ABN$ 。

21. (12 分)

已知函数  $f(x) = ae^x - \ln x - 1$ 。

(1) 设  $x=2$  是  $f(x)$  的极值点，求  $a$ ，并求  $f(x)$  的单调区间；

(2) 证明：当  $a \geq \frac{1}{e}$  时， $f(x) \geq 0$ 。

(二) 选考题：共 10 分。请考生在第 22、23 题中任选一题作答。如果多做，则按所做的第一题计

分。

22. [选修 4-4: 坐标系与参数方程] (10 分)

在直角坐标系  $xOy$  中, 曲线  $C_1$  的方程为  $y=k|x|+2$ , 以坐标原点为极点,  $x$  轴正半轴为极轴建立极坐标系, 曲线  $C_2$  的极坐标方程为  $\rho^2+2\rho\cos\theta-3=0$ 。

(1) 求  $C_2$  的直角坐标方程;

(2) 若  $C_1$  与  $C_2$  有且仅有三个公共点, 求  $C_1$  的方程。

23. [选修 4-5: 不等式选讲] (10 分)

已知  $f(x)=|x+1|-|ax-1|$ 。

(1) 当  $a=1$  时, 求不等式  $f(x)>1$  的解集;

(2) 若  $x\in(0,1)$  时不等式是  $f(x)>x$  成立, 求  $a$  的取得范围。

专业河南高考家长社群

高三家长圈

及时 | 有料 | 实用 | 干货

