

## 人教版九年级下册数学课本知识点总结

## 第二十六章 反比例函数

## 一、反比例函数的概念

1.  $y = \frac{k}{x}$  ( $k \neq 0$ ) 可以写成  $y = kx^{-1}$  ( $k \neq 0$ ) 的形式, 注意自变量  $x$  的指数为  $-1$ , 在解决有关自变量指数问题时应特别注意系数  $k \neq 0$  这一限制条件;

2.  $y = \frac{k}{x}$  ( $k \neq 0$ ) 也可以写成  $xy = k$  的形式, 用它可以迅速地求出反比例函数解析式中的  $k$ , 从而得到反比例函数的解析式;

3. 反比例函数  $y = \frac{k}{x}$  的自变量  $x \neq 0$ , 故函数图像与  $x$  轴、 $y$  轴无交点.

## 二、反比例函数的图像画法

反比例函数的图像是双曲线, 它有两个分支, 这两个分支分别位于第一、第三象限或第二、第四象限, 它们与原点对称, 由于反比例函数中自变量函数中自变量  $x \neq 0$ , 函数值  $y \neq 0$ , 所以它的图像与  $x$  轴、 $y$  轴都没有交点, 即双曲线的两个分支无限接近坐标轴, 但永远达不到坐标轴.

反比例的画法分三个步骤: (1)列表; (2)描点; (3)连线。

再作反比例函数的图像时应注意以下几点:

①列表时选取的数值宜对称选取;

每个牛孩身后都有一个牛家长

②列表时选取的数值越多，画的图像越精确；

③连线时，必须根据自变量大小从左至右（或从右至左）用光滑的曲线连接，切忌画成折线；

④画图像时，它的两个分支应全部画出，但切忌将图像与坐标轴相交。

### 三、反比例函数及其图像的性质

1. 函数解析式： $y = \frac{k}{x} (k \neq 0)$

2. 自变量的取值范围： $x \neq 0$

3. 图像：

(1) 图像的形状：双曲线， $|k|$  越大，图像的弯曲度越小，曲线越平直。 $|k|$  越小，图像的弯曲度越大。

(2) 图像的位置和性质：

当  $k > 0$  时，图像的两支分别位于一、三象限；在每个象限内， $y$  随  $x$  的增大而减小；

当  $k < 0$  时，图像的两支分别位于二、四象限；在每个象限内， $y$  随  $x$  的增大而增大。

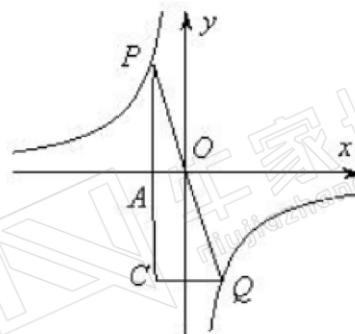
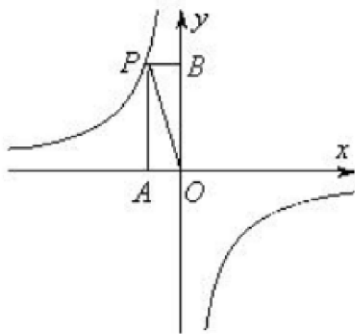
(3) 对称性：图像关于原点对称，即若  $(a, b)$  在双曲线的一支上，则  $(-a, -b)$  在双曲线的另一支。图像关于直线  $y = \pm x$  对称，即若  $(a, b)$  在双曲线的一支上，则  $(b, a)$  和  $(-b, -a)$  在双曲线的另一支上。

4.  $k$  的几何意义

每个牛孩身后都有一个牛家长

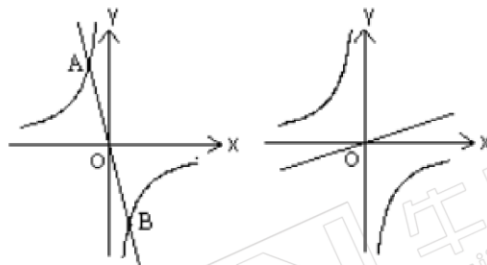
如图 1，设点  $P(a, b)$  是双曲线  $y = \frac{k}{x}$  上任意一点，作  $PA \perp x$  轴于  $A$  点， $PB \perp y$  轴于  $B$  点，则矩形  $PBOA$  的面积是  $|k|$ （三角形  $PAO$  和三角形  $PBO$  的面积都是  $\frac{1}{2}|k|$ ）。

如图 2，由双曲线的对称性可知， $P$  关于原点的对称点  $Q$  也在双曲线上，作  $QC \perp PA$  的延长线于  $C$ ，则有三角形  $PQC$  的面积为  $2|k|$ 。



## 5. 说明：

（1）双曲线的两个分支是断开的，研究反比例函数的增减性时，要将两个分支分别讨论，不能一概而论。



（2）直线  $y = k_1x$  与双曲线  $y = \frac{k_2}{x}$  的关系：

每个牛孩身后都有一个牛家长。

当  $k_1 \cdot k_2 < 0$  时，两图像没有交点；当  $k_1 \cdot k_2 > 0$  时，两图像必有两个交点，且这两个交点关于原点成中心对称。

#### 四、实际问题与反比例函数

1. 求函数解析式的方法：

(1) 待定系数法；(2) 根据实际意义列函数解析式。

2. 注意学科间知识的综合，但重点放在对数学知识的研究上。

#### 五、充分利用数形结合的思想解决问题

### 第二十七章 相似三角形

#### 一、图形的相似

1. 图形的相似：如果两个图形形状相同，但大小不一定相等，那么这两个图形相似。（相似的符号： $\sim$ ）

性质：相似多边形的对应角相等，对应边的比相等。

2. 判定：如果两个多边形满足对应角相等，对应边的比相等，那么这两个多边形相似。

3. 相似比：相似多边形的对应边的比叫相似比。相似比为 1 时，相似的两个图形全等。

#### 二、相似三角形

1. 性质：平行于三角形一边的直线和其他两边或两边延长线相交，所构成的三角形与原三角形相似。

每个牛孩身后都有一个牛家长。

2. 判定：①如果两个三角形的三组对应边的比相等，那么这两个三角形相似。②如果两个三角形的两组对应边的比相等，并且相应的夹角相等，那么这两个三角形相似。③如果一个三角形的两个角与另一个三角形的两个角对应相等，那么这两个三角形相似。

( ①三边对应成比例②两个三角形的两个角对应相等；③两边对应成比例，且夹角相等；④相似三角形的一切对应线段 (对应高、对应中线、对应角平分线、外接圆半径、内切圆半径等) 的比等于相似比。 )

### 3. 相似三角形应用

视点：眼睛的位置；仰角：视线与水平线的夹角；盲区：看不到的区域。

4. 相似三角形的周长与面积：①相似三角形周长的比等于相似比。②相似多边形周长的比等于相似比。③相似三角形面积的比等于相似比的平方。④相似多边形面积的比等于相似比的平方。

### 三、位似

1. 位似图形：如果两个图形不仅是相似图形，而且每组对应点的连线交于一点，对应边互相平行，那么这两个图形叫做位似图形，这个点叫做位似中心，这时的相似比又称为位似比。

2. 性质：在平面直角体系中，如果位似变换是以原点为位似中心，相似比为  $k$ ，那么位似图形的对应点的坐标的比等于  $k$  或  $-k$ 。

### 注意

1、位似是一种具有位置关系的相似，所以两个图形是位似图形，必定是相似图形，而相似图形不一定是位似图形；

每个牛孩身后都有一个牛家长



- 2、两个位似图形的位似中心只有一个；
- 3、两个位似图形可能位于位似中心的两侧，也可能位于位似中心的一侧；
- 4、位似比就是相似比，利用位似图形的定义可判断两个图形是否位似；
- 5、位似图形的对应点和位似中心在同一直线上，它们到位似中心的距离之比等于相似比。位似多边形的对应边平行或共线。位似可以将一个图形放大或缩小。位似图形的中心可以在任意的一点，不过位似图形也会随着位似中心的位变而位变。
- 6、根据一个位似中心可以作两个关于已知图形一定位似比的位似图形，这两个图形分布在位似中心的两侧，并且关于位似中心对称。

## 第二十八章 锐角三角函数

### 一、锐角三角函数

1. 正弦：在  $Rt\triangle ABC$  中，锐角  $\angle A$  的对边  $a$  与斜边的比叫做  $\angle A$  的正弦，记作  $\sin A$ ，即  $\sin A = \angle A \text{ 的对边} / \text{斜边} = a/c$ ；
2. 余弦：在  $Rt\triangle ABC$  中，锐角  $\angle A$  的邻边  $b$  与斜边的比叫做  $\angle A$  的余弦，记作  $\cos A$ ，即  $\cos A = \angle A \text{ 的邻边} / \text{斜边} = b/c$ ；
3. 正切：在  $Rt\triangle ABC$  中，锐角  $\angle A$  的对边与邻边的比叫做  $\angle A$  的正切，记作  $\tan A$ ，即  $\tan A = \angle A \text{ 的对边} / \angle A \text{ 的邻边} = a/b$ 。

每个牛孩身后都有一个牛家长

①  $\tan A$  是一个完整的符号，它表示  $\angle A$  的正切，记号里习惯省去角的符号“ $\angle$ ”；②  $\tan A$  没有单位，它表示一个比值，即直角三角形中  $\angle A$  的对边与邻边的比；③  $\tan A$  不表示“ $\tan$ ”乘以“ $A$ ”；④  $\tan A$  的值越大，梯子越陡， $\angle A$  越大； $\angle A$  越大，梯子越陡， $\tan A$  的值越大。

4、余切：定义：在  $Rt\triangle ABC$  中，锐角  $\angle A$  的邻边与对边的比叫做  $\angle A$  的余切，记作  $\cot A$ ，即  $\cot A = \angle A$  的邻边 /  $\angle A$  的对边  $= b/a$ ；

5、一个锐角的正弦、余弦、正切、余切分别等于它的余角的余弦、

正弦、余切、正切。（通常我们称正

弦、余弦互为余函数。同样，也称正

切、余切互为余函数，可以概括为：

一个锐角的三角函数等于它的余角

的余函数）用等式表达：

三角函数 \ 角	$0^\circ$	$30^\circ$	$45^\circ$	$60^\circ$	$90^\circ$
三角函数					
$\sin \alpha$	0	$\frac{1}{2}$	$\frac{\sqrt{2}}{2}$	$\frac{\sqrt{3}}{2}$	1
$\cos \alpha$	1	$\frac{\sqrt{3}}{2}$	$\frac{\sqrt{2}}{2}$	$\frac{1}{2}$	0
$\tan \alpha$	0	$\frac{\sqrt{3}}{3}$	1	$\sqrt{3}$	不存在
$\cot \alpha$	不存在	$\sqrt{3}$	1	$\frac{\sqrt{3}}{3}$	0

若  $\angle A$  为锐角，则①  $\sin A = \cos(90^\circ - \angle A)$  等等。

6、记住特殊角的三角函数值表  $0^\circ$ ， $30^\circ$ ， $45^\circ$ ， $60^\circ$ ， $90^\circ$ 。

7、当角度在  $0^\circ \sim 90^\circ$  间变化时，正弦值、正切值随着角度的增大（或减小）而增大（或减小）；余弦值、余切值随着角度的增大（或减小）而减小（或增大）。 $0 \leq \sin \alpha \leq 1$ ， $0 \leq \cos \alpha \leq 1$ 。

同角的三角函数间的关系： $\tan \alpha \cdot \cot \alpha = 1$ ， $\tan \alpha = \sin \alpha / \cos \alpha$ ，

$$\cot \alpha = \cos \alpha / \sin \alpha, \sin^2 \alpha + \cos^2 \alpha = 1$$

## 二、解直角三角形

1. 解直角三角形：在直角三角形中，由已知元素求未知元素的过程。

2. 在解直角三角形的过程中用到的关系：(在 $\triangle ABC$ 中， $\angle C$ 为直角， $\angle A$ 、 $\angle B$ 、 $\angle C$ 所对的边分别为  $a$ 、 $b$ 、 $c$ ，)

(1) 三边之间的关系： $a^2+b^2=c^2$ ；(勾股定理)

(2) 两锐角的关系： $\angle A + \angle B = 90^\circ$ ；

(3) 边与角之间的关系：

$$\sin A = a/c ; (a = c \sin A)$$

$$\cos A = b/c ; (b = c \cos A)$$

$$\tan A = a/b .$$

$$\sin A = \cos B \quad \cos A = \sin B \quad \sin A = \cos(90^\circ - A)$$

$$\sin^2 \alpha + \cos^2 \alpha = 1$$

## 第二十九章 投影与视图

### 一、投影

1. 投影：一般地，用光线照射物体，在某个平面（地面、墙壁等）上得到的影子叫做物体的投影，照射光线叫做投影线，投影所在的平面叫做投影面。

2. 平行投影：由平行光线形成的投影是平行投影。（光源特别远）

每个牛孩身后都有一个牛家长。



3. 中心投影：由同一点（点光源发出的光线）形成的投影叫做中心投影

4. 正投影：投影线垂直于投影面产生的投影叫做正投影。物体正投影的形状、大小与它相对于投影面的位置有关。

5. 当物体的某个面平行于投影面时，这个面的正投影与这个面的形状、大小完全相同。当物体的某个面倾斜于投影面时，这个面的正投影变小。当物体的某个面垂直于投影面时，这个面的正投影成为一条直线。

## 二、三视图

1. 三视图：是观测者从三个不同位置（正面、水平面、侧面）观察同一个空间几何体而画出的图形。三视图就是主视图、俯视图、左视图的总称。另外还有如剖面图、半剖面图等做为辅助，基本能完整的表达物体的结构。

2. 主视图：在正面内得到的由前向后观察物体的视图。

3. 俯视图：在水平面内得到的由上向下观察物体的视图。

4. 左视图：在侧面内得到的由左向右观察物体的视图。

5. 三个视图的位置关系：①主视图在上、俯视图在下、左视图在右；

②主视、俯视表示物体的长，主视、左视表示物体的高，左视、俯视表示物体的宽。③主视、俯视 长对正，主视、左视 高平齐，左视、俯视 宽相等。

6. 画法：看得见的部分的轮廓线画成实线，因被其它部分遮挡而看不见的部分的轮廓线画成虚线。

## 加群步骤

- ① 长按下方二维码+小牛好友
- ② 备注 **“孩子年级”**  
加入【牛家长微信群】
- ③ 第一时间了解最新升学动态

小牛聊升学



微信公众号

郑州牛家长



升学信息 | 原创干货 | 家长社群 | 公益活动

