绝密★启用前

2017 年普通高等学校招生全国统一考试（新课标III）

文科数学

注意事项：

1．答题前，考生务必将自己的姓名、准考证号填写在答题卡上。

2．回答选择题时，选出每小题答案后，用铅笔把答题卡上对应题目的答案标号涂黑。如需改动，用橡皮擦干净后，再选涂其他答案标号。回答非选择题时，将答案写在答题卡上。写在本试卷上无效。

3．考试结束后，将本试卷和答题卡一并交回。

一、选择题：本大题共 12 小题，每小题 5 分，共 60 分。在每小题给出的四个选项中，只有一项是符合题目要求的。

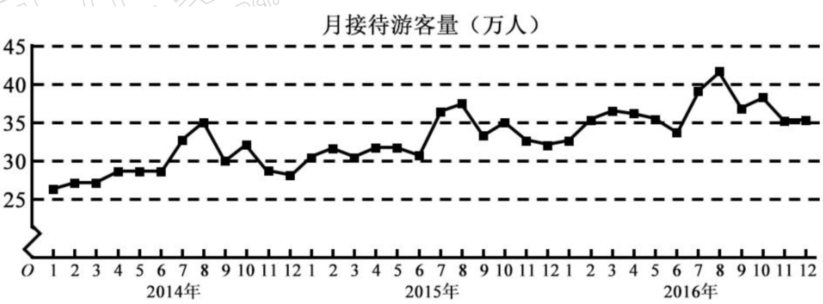
1．已知集合 A={1,2,3,4}，B={2,4,6,8}，则 $A\cap B$ 中元素的个数为

A．1　　B．2　　C．3　　D．4

2．复平面内表示复数 z=i(−2+i)的点位于

A．第一象限　　B．第二象限　　C．第三象限　　D．第四象限

3．某城市为了解游客人数的变化规律，提高旅游服务质量，收集并整理了 2014 年 1 月至 2016 年 12 月期间月接待游客量（单位：万人）的数据，绘制了下面的折线图.



根据该折线图，下列结论错误的是

A．月接待游客逐月增加

B．年接待游客量逐年增加

C．各年的月接待游客量高峰期大致在 7,8 月

D．各年 1 月至 6 月的月接待游客量相对于 7 月至 12 月，波动性更小，变化比较平稳

4．已知 $\sin\alpha-\cos\alpha=\dfrac{4}{3}$，则 $\sin 2\alpha$ =

A．$-\dfrac{7}{9}$　　B．$-\dfrac{2}{9}$　　C．$\dfrac{2}{9}$　　D．$\dfrac{7}{9}$

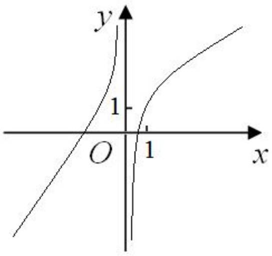
5．设 x，y 满足约束条件 $\begin{cases}3x+2y-6\le 0\\ x\ge 0\\ y\ge 0\end{cases}$，则 $z=x-y$ 的取值范围是

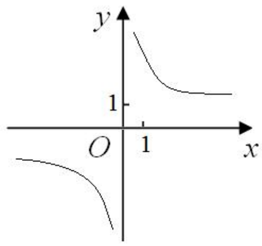
A．[–3,0]　　B．[–3,2]　　C．[0,2]　　D．[0,3]

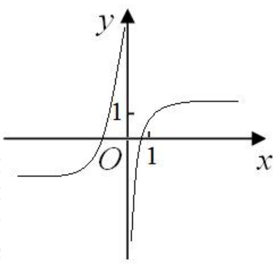
6．函数 $f(x)=\dfrac{1}{5}\sin(x+\dfrac{\pi}{3})+\cos(x-\dfrac{\pi}{6})$ 的最大值为

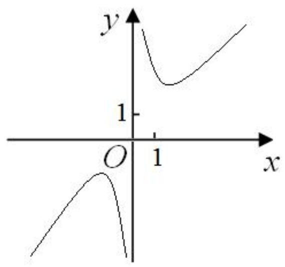
A．$\dfrac{6}{5}$　　B．1　　C．$\dfrac{3}{5}$　　D．$\dfrac{1}{5}$

7．函数 $y=1+x+\dfrac{\sin x}{x^2}$ 的部分图像大致为

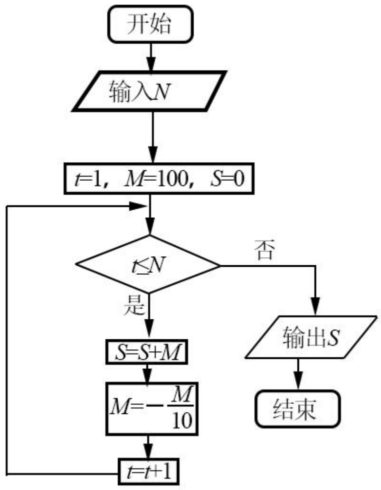
A．


B．


C．


D．


8．执行下面的程序框图，为使输出 S 的值小于 91，则输入的正整数 N 的最小值为



A．5　　B．4　　C．3　　D．2

9．已知圆柱的高为 1，它的两个底面的圆周在直径为 2 的同一个球的球面上，则该圆柱的体积为

A．π　　B．$\frac{3\pi}{4}$　　C．$\frac{\pi}{2}$　　D．$\frac{\pi}{4}$

10．在正方体 $ABCD-A_1B_1C_1D_1$ 中，*E* 为棱 *CD* 的中点，则

A．$A_1E\perp DC_1$　　B．$A_1E\perp BD$　　C．$A_1E\perp BC_1$　　D．$A_1E\perp AC$

11．已知椭圆 *C*：$\frac{x^2}{a^2}+\frac{y^2}{b^2}=1$，（*a*>*b*>0）的左、右顶点分别为 A_1，A_2，且以线段 A_1A_2 为直径的圆与直线 $bx-ay+2ab=0$ 相切，则 *C* 的离心率为

A．$\frac{\sqrt{6}}{3}$　　B．$\frac{\sqrt{3}}{3}$　　C．$\frac{\sqrt{2}}{3}$　　D．$\frac{1}{3}$

12．已知函数 $f(x)=x^2-2x+a(e^{x-1}+e^{-x+1})$ 有唯一零点，则 *a*=

A．$-\frac{1}{2}$　　B．$\frac{1}{3}$　　C．$\frac{1}{2}$　　D．1

二、填空题：本题共 4 小题，每小题 5 分，共 20 分。

13．已知向量 $a=(-2,3),b=(3,m)$，且 $a\perp b$，则 *m*=_______.

14．双曲线 $\frac{x^2}{a^2}-\frac{y^2}{9}=1$（*a*>0）的一条渐近线方程为 $y=\frac{3}{5}x$，则 *a*=_______.

15．$\triangle ABC$ 的内角 A，B，C 的对边分别为 a，b，c。已知 $C=60°$，$b=\sqrt{6}$，$c=3$，则 $A=$__________。

16．设函数 $f(x)=\begin{cases} x+1, & x\le 0, \\ 2^x, & x>0, \end{cases}$ 则满足 $f(x)+f(x-\frac{1}{2})>1$ 的 x 的取值范围是__________。

三、解答题：共 70 分。解答应写出文字说明、证明过程或演算步骤。第 17~21 题为必考题，每个试题考生都必须作答。第 22、23 题为选考题，考生根据要求作答。

（一）必考题：共 60 分。

17．（12 分）

设数列 $\{a_n\}$ 满足 $a_1+3a_2+\ldots+(2n-1)a_n=2n$．

（1）求 $\{a_n\}$ 的通项公式；

（2）求数列 $\left\{\dfrac{a_n}{2n+1}\right\}$ 的前 n 项和.

18．（12 分）

某超市计划按月订购一种酸奶，每天进货量相同，进货成本每瓶 4 元，售价每瓶 6 元，未售出的酸奶降价处理，以每瓶 2 元的价格当天全部处理完．根据往年销售经验，每天需求量与当天最高气温（单位：℃）有关．如果最高气温不低于 25，需求量为 500 瓶；如果最高气温位于区间[20，25)，需求量为 300 瓶；如果最高气温低于 20，需求量为 200 瓶．为了确定六月份的订购计划，统计了前三年六月份各天的最高气温数据，得下面的频数分布表：

最高气温	[10，15)	[15，20)	[20，25)	[25，30)	[30，35)	[35，40)
天数	2	16	36	25	7	4

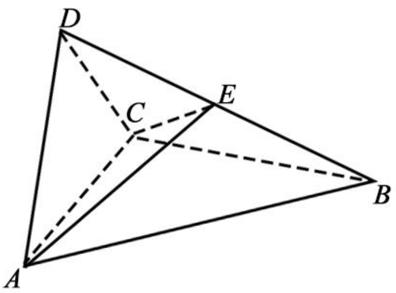
以最高气温位于各区间的频率代替最高气温位于该区间的概率。

（1）求六月份这种酸奶一天的需求量不超过 300 瓶的概率；

（2）设六月份一天销售这种酸奶的利润为 Y（单位：元），当六月份这种酸奶一天的进货量为 450 瓶时，写出 Y 的所有可能值，并估计 Y 大于零的概率．学#科@网

19．（12 分）

如图，四面体 $ABCD$ 中，△ABC 是正三角形，$AD=CD$．



（1）证明：$AC\perp BD$；

（2）已知△ACD 是直角三角形，$AB=BD$．若 E 为棱 BD 上与 D 不重合的点，且 $AE\perp EC$，求四面体 $ABCE$ 与四面体 $ACDE$ 的体积比．

20．（12 分）

在直角坐标系 xOy 中，曲线 $y=x^2+mx-2$ 与 x 轴交于 A，B 两点，点 C 的坐标为(0,1).当 m 变化时，解答下列问题：

（1）能否出现 $AC\perp BC$ 的情况？说明理由；

（2）证明过 A，B，C 三点的圆在 y 轴上截得的弦长为定值.

21．（12 分）

已知函数 $f(x)=\ln x+ax^2+(2a+1)x$.

（1）讨论 $f(x)$ 的单调性；

（2）当 $a<0$ 时，证明 $f(x)\le -\dfrac{3}{4a}-2$.

（二）选考题：共 10 分。请考生在第 22、23 题中任选一题作答，如果多做，则按所做的第一题计分。

22．[选修 4—4：坐标系与参数方程]（10 分）

在直角坐标系 xOy 中，直线 l_1 的参数方程为 $\begin{cases}x=2+t,\\ y=kt,\end{cases}$（$t$ 为参数），直线 l_2 的参数方程为 $\begin{cases}x=-2+m,\\ y=\dfrac{m}{k},\end{cases}$（$m$为参数）.设 l_1 与 l_2 的交点为 P，当 k 变化时，P 的轨迹为曲线 C.

（1）写出 C 的普通方程；

（2）以坐标原点为极点，x 轴正半轴为极轴建立极坐标系，设 l_3：$\rho(\cos\vartheta+\sin\vartheta)-\sqrt{2}=0$，$M$ 为 l_3 与 C 的交点，求 M 的极径. 学*科@网

23．[选修 4—5：不等式选讲]（10 分）

已知函数 $f(x)=|x+1|-|x-2|$.

（1）求不等式 $f(x)\geq 1$ 的解集；

（2）若不等式 $f(x)\geq x^2-x+m$ 的解集非空，求 m 的取值范围.

绝密★启用前

2017 年普通高等学校招生全国统一考试

文科数学试题正式答案

一、选择题

1.B　2.C　3.A　4.A　5.B　6.A

7.D　8.D　9.B　10.C　11.A　12.C

二、填空题

13. 2　14. 5　15. 75°　16. $(-\frac{1}{4},+\infty)$

三、解答题

17.解:

（1）因为 $a_1+3a_2+\ldots+(2n-1)a_n=2n$，故当 $n\geq 2$ 时，

$$a_1+3a_2+\ldots+(2n-3)a_{n-1}=2(n-1)$$

两式相减得 $(2n-1)a_n=2$

所以$a_n=\frac{2}{2n-1}$ (n≥2)

又因题设可得 a_1=2.

从而$\{a_n\}$ 的通项公式为 $a_n=\frac{2}{2n-1}$.

（2）记 $\{\frac{a_n}{2n+1}\}$的前 n 项和为S_n ，

由（1）知 $\frac{a_n}{2n+1}=\frac{2}{(2n+1)(2n-1)}=\frac{1}{2n-1}-\frac{1}{2n+1}$.

则 $S_n=\frac{1}{1}-\frac{1}{3}+\frac{1}{3}-\frac{1}{5}+\dots+\frac{1}{2n-1}-\frac{1}{2n+1}=\frac{2n}{2n+1}$.

18.解：

（1）这种酸奶一天的需求量不超过 300 瓶，当且仅当最高气温低于 25，由表格数据知，最高气温低于 25 的频率为$\frac{2+16+36}{90}=0.6$， 所以这种酸奶一天的需求量不超过 300 瓶的概率估计值为 0.6.

（2）当这种酸奶一天的进货量为 450 瓶时，

若最高气温不低于 25，则 Y=6×450-4×450=900；

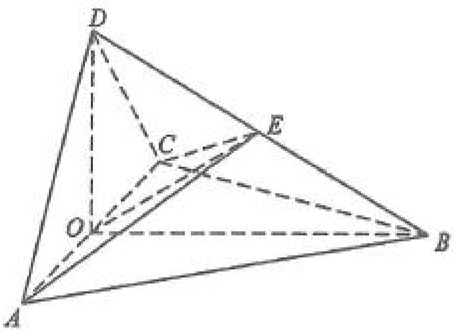
若最高气温位于区间 [20,25)，则 Y=6×300+2（450-300）-4×450=300；

若最高气温低于 20，则 Y=6×200+2（450-200）-4×450= -100.

所以，Y 的所有可能值为 900,300，-100.

Y 大于零当且仅当最高气温不低于 20，由表格数据知，最高气温不低于 20 的频率为 $\frac{36+25+7+4}{90}=0.8$ ，因此 Y 大于零的概率的估计值为 0.8.

19.解：



（1）取 AC 的中点 O 连结 DO，BO.

因为 $AD=CD$，所以 $AC\perp DO$.

又由于△ABC 是正三角形，所以 $AC\perp BO$.

从而 $AC\perp$ 平面 DOB，故 $AC\perp BD$.

（2）连结 EO.

由（1）及题设知∠ADC=90°，所以 $DO=AO$.

在 Rt△AOB 中，$BO^2+AO^2=AB^2$.

又 $AB=BD$，所以

$BO^2+DO^2=BO^2+AO^2=AB^2=BD^2$，故∠$DOB$=90°.

由题设知△AEC 为直角三角形，所以$EO=\frac{1}{2}AC$.

又△ABC 是正三角形，且 $AB=BD$，所以$EO=\frac{1}{2}BD$.

故 E 为 BD 的中点，从而 E 到平面 ABC 的距离为 D 到平面 ABC 的距离的$\frac{1}{2}$，四面体 $ABCE$ 的体积为四面体 $ABCD$ 的体积的$\frac{1}{2}$，即四面体 $ABCE$ 与四面体 $ACDE$ 的体积之比为 1:1.

20.解：

（1）不能出现 $AC\perp BC$ 的情况，理由如下：

设A（x_1,0）,B（x_2,0）,则x_1，x_2满足$x^2+mx-2=0$所以$x_1x_2=-2$.

又 C 的坐标为（0，1），故 AC 的斜率与 BC 的斜率之积为$\frac{-1}{x_1}\cdot\frac{-1}{x_2}=-\frac{1}{2}$，所以不能出现 $AC\perp BC$ 的情况.

（2）BC 的中点坐标为（$\frac{x_2}{2}$，$\frac{1}{2}$），可得 BC 的中垂线方程为$y-\frac{1}{2}=x_2（x-\frac{x_2}{2}）$.

由（1）可得$x_1+x_2=-m$，所以 AB 的中垂线方程为$x=-\frac{m}{2}$.

联立$\begin{cases} x=-\frac{m}{2}, \\ y-\frac{1}{2}=x_2\left(x-\frac{x_2}{2}\right), \end{cases}$ 又$x_2^2+mx_2-2=0$，可得$\begin{cases} x=-\frac{m}{2}, \\ y=-\frac{1}{2}, \end{cases}$

所以过 A、B、C 三点的圆的圆心坐标为（$-\frac{m}{2}$，$-\frac{1}{2}$，），半径$r=\frac{\sqrt{m^2+9}}{2}$，

故圆在 y 轴上截得的弦长为$2\sqrt{r^2-（\frac{m}{2}）^2}=3$，即过 A、B、C 三点的圆在 y 轴上的截得的弦长为定值.

21.解：

（1）$f（x）$的定义域为（0，+∞），$f'(x)=\frac{1}{x}+2ax+2a+1=\frac{(x+1)(2ax+1)}{x}$.

若 $a\geq0$，则当 $x\in$（0，+∞）时，$f'(x)>0$，故 $f（x）$在（0，+∞）单调递增.

若 $a<0$，则当 $x\in\left(0,-\frac{1}{2a}\right)$时，$f'(x)>0$；当 $x\in\left(-\frac{1}{2a},+\infty\right)$时，$f'(x)<0$.故 $f(x)$在$\left(0,-\frac{1}{2a}\right)$单调递增，在$\left(-\frac{1}{2a},+\infty\right)$单调递减.

（2）由（1）知，当 $a<0$ 时，$f（x）$在$x=-\frac{1}{2a}$取得最大值，最大值为

$f\left(-\frac{1}{2a}\right)=\ln\left(-\frac{1}{2a}\right)-1-\frac{1}{4a}$.

所以$f(x)\leq-\frac{3}{4a}-2$等价于$\ln\left(-\frac{1}{2a}\right)-1-\frac{1}{4a}\leq-\frac{3}{4a}-2$，即$\ln\left(-\frac{1}{2a}\right)+\frac{1}{2a}+1\leq0$

设 $g（x）=\ln x-x+1$，则$g'(x)=\frac{1}{x}-1$

当 $x\in$（0,1）时，$g'(x)>0$；当 $x\in$（1，+∞）时，$g'(x)<0$.所以 $g（x）$在（0,1）单调递增，在（1，+∞）单调递减.故当 $x=1$ 时，$g（x）$取得最大值，最大值为 $g（1）=0$.所以当 $x>0$

时，g（x）≤0,.从而当 a<0 时，$\ln\left(-\frac{1}{2a}\right)+\frac{1}{2a}+1\le 0$，即$f(x)\le -\frac{3}{4a}-2$.

22.解：

（1）消去参数 t 得l_1的普通方程l_1：$y=k(x-2)$；消去参数 m 得l_2的普通方程 l_2：

$y=\frac{1}{k}(x+2)$.

设 P（x,y），由题设得$\begin{cases} y=k(x-2) \\ y=\frac{1}{k}(x+2) \end{cases}$ 消去 k 得 $x^2-y^2=4(y\neq 0)$.

所以 C 的普通方程为$x^2-y^2=4(y\neq 0)$.

（2）C 的极坐标方程为 $\rho^2(\cos^2\theta-\sin^2\theta)=4$（$0<\theta<2\pi$，$\theta\neq\pi$）

联立$\begin{cases} \rho^2(\cos^2\theta-\sin^2\theta)=4 \\ \rho(\cos\theta+\sin\theta)-\sqrt{2}=0 \end{cases}$ 得 $\cos\theta-\sin\theta=2$（$\cos\theta+\sin\theta$）

故$\tan\theta=-\frac{1}{3}$，从而$\cos^2\theta=\frac{9}{10}$，$\sin^2\theta=\frac{1}{10}$.

代入$\rho^2(\cos^2\theta-\sin^2\theta)=4$ 得ρ^2=5，所以交点 M 的极径为$\sqrt{5}$.

23.解：

（1）$f(x)=\begin{cases} -3, & x<-1, \\ 2x-1, & -1\le x\le 2, \\ 3, & x>2. \end{cases}$

当 x<-1 时，f（x）≥1 无解；

当$-1\le x\le 2$时，由 f（x）≥1 得，2x-1≥1，解得 1≤x≤2；

当 $x>2$时，由 f（x）≥1 解得 x>2.

所以 f（x）≥1 的解集为{x|x≥1}.

（2）由$f(x)\ge x^2-x+m$得 m≤|x+1|-|x-2|-x^2+x.而

|x+1|-|x-2|-$x^2+x\le |x|+1+|x|-2-x^2+|x|$

$=-\left(|x|-\frac{3}{2}\right)^2+\frac{5}{4}\le\frac{5}{4}$,

且当 $x=\frac{3}{2}$ 时，$|x+1|-|x-2|-x^2+x=\frac{5}{4}$.

故 m 的取值范围为$(-\infty,\ \frac{5}{4}]$.