

2018 年高中毕业年级第一次质量预测

理科数学试题卷

本试卷分第Ⅰ卷(选择题)和第Ⅱ卷(非选择题)两部分. 考试时间 120 分钟, 满分 150 分. 考生应首先阅读答题卡上的文字信息, 然后在答题卡上作答, 在试题卷上作答无效. 交卷时只交答题卡.

第Ⅰ卷

一、选择题: 本大题共 12 小题, 每小题 5 分, 共 60 分. 在每小题给出的四个选项中, 只有一项是符合题目要求的.

1. 设集合 $A = \{x | x > 1\}$, $B = \{x | 2^x < 16\}$, 则 $A \cap B =$

- A. $(1, 4)$ B. $(-\infty, 1)$ C. $(4, +\infty)$ D. $(-\infty, 1) \cup (4, +\infty)$

2. 若复数 $z = (a^2 - a - 2) + (a + 1)i$ 为纯虚数(i 为虚数单位), 则实数 a 的值是

- A. -2 B. -2 或 1 C. 2 或 -1 D. 2

3. 下列说法正确的是

A. “若 $a > 1$, 则 $a^2 > 1$ ”的否命题是“若 $a > 1$, 则 $a^2 \leq 1$ ”

B. “若 $am^2 < bm^2$, 则 $a < b$ ”的逆命题为真命题

C. $\exists x_0 \in (0, +\infty)$, 使 $3^{x_0} > 4^{x_0}$ 成立

D. “若 $\sin \alpha \neq \frac{1}{2}$, 则 $\alpha \neq \frac{\pi}{6}$ ”是真命题

4. 在 $(x + \frac{3}{\sqrt{x}})^n$ 的展开式中, 各项系数和与二项式系数和之比为 32, 则 x^2 的系数为

- A. 50 B. 70 C. 90 D. 120

5. 等比数列 $\{a_n\}$ 中, $a_3 = 9$, 前 3 项和为 $S_3 = 3 \int_0^3 x^2 dx$, 则公比 q 的值是

- A. 1 B. $-\frac{1}{2}$ C. 1 或 $-\frac{1}{2}$ D. -1 或 $-\frac{1}{2}$

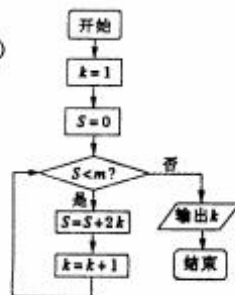
6. 若将函数 $f(x) = 3\sin(2x + \varphi)$ ($0 < \varphi < \pi$) 图象上的每一个点都向左平移 $\frac{\pi}{3}$ 个单位, 得到 $y = g(x)$ 的图象, 若函数 $y = g(x)$ 是奇函数, 则函数 $y = g(x)$ 的单调递增区间为

A. $[k\pi - \frac{\pi}{4}, k\pi + \frac{\pi}{4}]$ ($k \in \mathbb{Z}$) B. $[k\pi + \frac{\pi}{4}, k\pi + \frac{3\pi}{4}]$ ($k \in \mathbb{Z}$)

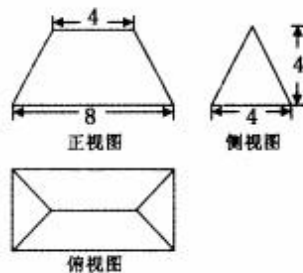
C. $[k\pi - \frac{2\pi}{3}, k\pi - \frac{\pi}{6}]$ ($k \in \mathbb{Z}$) D. $[k\pi - \frac{\pi}{12}, k\pi + \frac{5\pi}{12}]$ ($k \in \mathbb{Z}$)

7. 执行如图所示的程序框图, 若输出的结果是 7, 则判断框内 m 的取值范围是

- A. $(30, 42]$ B. $(30, 42)$
C. $(42, 56]$ D. $(42, 56)$

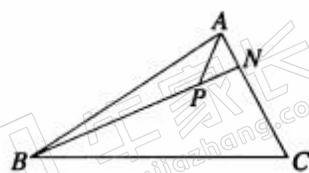


8. 刍甍(chú hōng),中国古代算数中的一种几何形体.《九章算术》中记载“刍甍者,下有袤有广,而上有袤无广.刍,草也.甍,屋盖也.”翻译为“底面有长有宽为矩形,顶部只有长没有宽为一条棱.刍甍字面意思为茅草屋顶.”如图,为一刍甍的三视图,其中正视图为等腰梯形,侧视图为等腰三角形.则搭建它(无底面,不考虑厚度)需要的茅草面积至少为



- A. 24 B. $32\sqrt{5}$
C. 64 D. $32\sqrt{6}$

9. 如图,在 $\triangle ABC$ 中, N 为线段 AC 上靠近 A 的三等分点,点 P 在 BN 上且 $\overrightarrow{AP} = (m + \frac{2}{11})\overrightarrow{AB} + \frac{2}{11}\overrightarrow{BC}$,则实数 m 的值为



- A. 1 B. $\frac{1}{3}$
C. $\frac{9}{11}$ D. $\frac{5}{11}$

10. 设抛物线 $y^2 = 4x$ 的焦点为 F ,过点 $M(\sqrt{5}, 0)$ 的直线与抛物线相交于 A, B 两点,与抛物线的准线相交于 C , $|BF| = 3$,则 $\triangle BCF$ 与 $\triangle ACF$ 的面积之比 $\frac{S_{\triangle BCF}}{S_{\triangle ACF}} =$

- A. $\frac{3}{4}$ B. $\frac{4}{5}$ C. $\frac{5}{6}$ D. $\frac{6}{7}$

11. 在 $\triangle ABC$ 中,角 A, B, C 的对边分别为 a, b, c ,且 $2c\cos B = 2a + b$,若 $\triangle ABC$ 的面积为 $S = \sqrt{3}c$,则 ab 的最小值为

- A. 28 B. 36 C. 48 D. 56

12. 已知函数 $f(x) = x^3 - 9x^2 + 29x - 30$,实数 a, b 满足 $f(m) = -12$, $f(n) = 18$,则 $m + n =$

- A. 6 B. 8 C. 10 D. 12

第II卷

本卷包括必考题和选考题两部分.第13—21为必考题,每个试题考生都必须作答.第22—第23题为选考题,考生根据要求作答.

二、填空题:本大题共4小题,每小题5分.

13. 设变量 x, y 满足约束条件 $\begin{cases} x \geq 1, \\ x + y - 4 \leq 0, \\ x - 3y + 4 \leq 0, \end{cases}$ 则目标函数 $z = 2x - y$ 的最小值为

_____.

14. 已知函数 $f(x) = \begin{cases} 2^x, & x \leq 1 \\ \ln(x-1), & 1 < x \leq 2 \end{cases}$,若不等式 $f(x) \leq 5 - mx$ 恒成立,则实数 m 的取值范围是_____.

15. 如果把四个面都是直角三角形的四面体称为“三节棍体”,那么从长方体八个顶点中

任取四个顶点,则这四个顶点是“三节棍体”的四个顶点的概率为_____.

16. 已知双曲线 $C: \frac{x^2}{a^2} - \frac{y^2}{b^2} = 1$ 的右焦点为 F , 过点 F 向双曲线的一条渐近线引垂线, 垂足为 M , 交另一条渐近线于 N , 若 $7\overrightarrow{FM} = 3\overrightarrow{FN}$, 则双曲线的渐近线方程为_____.

三、解答题: 解答应写出文字说明, 证明过程或演算步骤.

17. (本小题满分 12 分)

已知等差数列 $\{a_n\}$ 的前 n 项和为 S_n , 且 $a_2 + a_5 = 25$, $S_5 = 55$.

(I) 求数列 $\{a_n\}$ 的通项公式;

(II) 设 $a_n b_n = \frac{1}{3n-1}$, 求数列 $\{b_n\}$ 的前 n 项和 T_n .

18. (本小题满分 12 分)

为了减少雾霾, 还城市一片蓝天, 某市政府于 12 月 4 日到 12 月 31 日在主城区实行车辆限号出行政策, 鼓励民众不开车低碳出行, 某甲乙两个单位各有 200 名员工, 为了了解员工低碳出行的情况, 统计了 12 月 5 日到 12 月 14 日共 10 天的低碳出行的人数, 画出茎叶图如下:

(I) 若甲单位数据的平均数是 122, 求 x ;

(II) 现从右图的数据中任取 4 天的数据(甲、乙两单位中各取 2 天), 记其中甲、乙两单位员工低碳出行人数不低于 130 人的天数为 ξ_1, ξ_2 , 令 $\eta = \xi_1 + \xi_2$, 求 η 的分布列和期望.

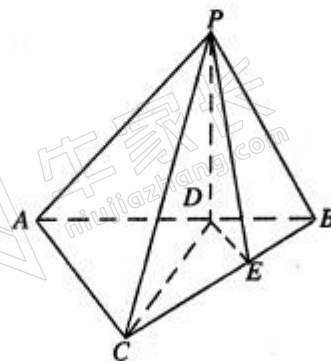
甲	乙
7 5	10 7
9 5 3	11 5 7 8
x 6	12 3 5
4 2	13 2 6 9
1	14 4

19. (本小题满分 12 分)

如图, 在三棱锥 $P-ABC$ 中, 平面 $PAB \perp$ 平面 ABC , $AB=6$, $BC=2\sqrt{3}$, $AC=2\sqrt{6}$, D , E 分别为线段 AB , BC 上的点, 且 $AD=2DB$, $CE=2EB$, $PD \perp AC$.

(I) 求证: $PD \perp$ 平面 ABC ;

(II) 若 PA 与平面 ABC 所成的角为 $\frac{\pi}{4}$, 求平面 PAC 与平面 PDE 所成的锐二面角.

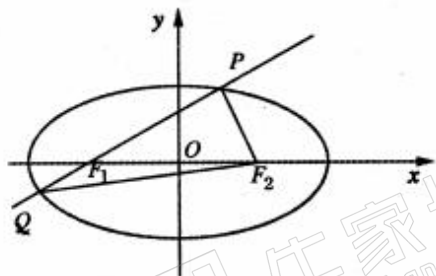


20. (本小题满分 12 分)

已知椭圆 $C: \frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1 (a > b > 0)$ 的左、右焦点分别为 F_1, F_2 , 以 F_1F_2 为直径的圆与直线 $ax + 2by - \sqrt{3}ab = 0$ 相切.

(I) 求椭圆 C 的离心率;

(II) 如图, 过 F_1 作直线 l 与椭圆分别交于两点 P, Q , 若 $\triangle PQF_2$ 的周长为 $4\sqrt{2}$, 求 $\overrightarrow{F_2P} \cdot \overrightarrow{F_2Q}$ 的最大值.



21. (本小题满分 12 分)

已知函数 $f(x) = \ln x + \frac{1}{ax} - \frac{1}{a}, a \in \mathbb{R}$ 且 $a \neq 0$.

(I) 讨论函数 $f(x)$ 的单调性;

(II) 当 $x \in [\frac{1}{e}, e]$ 时, 试判断函数 $g(x) = (\ln x - 1)e^x + x - m$ 的零点个数.

请考生在第 22、23 题中任选一题做答, 如果多做, 则按所做的第一题记分. 做答时请用 2B 铅笔在答题卡上把所选题目对应的题号涂黑.

22. (本小题满分 10 分) (选修 4-4: 坐标系与参数方程)

在平面直角坐标系 xOy 中, 直线 l 过点 $(1, 0)$, 倾斜角为 α , 以坐标原点为极点, x 轴的正半轴为极轴建立极坐标系, 曲线 C 的极坐标方程是 $\rho = \frac{8\cos\theta}{1 - \cos^2\theta}$.

(I) 写出直线 l 的参数方程和曲线 C 的直角坐标方程;

(II) 若 $\alpha = \frac{\pi}{4}$, 设直线 l 与曲线 C 交于 A, B 两点, 求 $\triangle AOB$ 的面积.

23. (本小题满分 10 分) (选修 4-5: 不等式选讲)

设函数 $f(x) = |x + 3|, g(x) = |2x - 1|$.

(I) 解不等式 $f(x) < g(x)$;

(II) 若 $2f(x) + g(x) > ax + 4$ 对任意的实数 x 恒成立, 求 a 的取值范围.