

绝密★启用前

2017 年普通高等学校招生全国统一考试

## 文科数学试题参考答案

### 一、选择题

1. A      2. B      3. C      4. B      5. D      6. A  
7. D      8. C      9. C      10. D      11. B      12. A

### 二、填空题

13. 7      14.  $y = x + 1$       15.  $\frac{3\sqrt{10}}{10}$       16.  $36\pi$

### 三、解答题

17. 解:

(1) 设  $\{a_n\}$  的公比为  $q$ . 由题设可得

$$\begin{cases} a_1(1+q) = 2, \\ a_1(1+q+q^2) = -6. \end{cases}$$

解得  $q = -2$ ,  $a_1 = -2$ .

故  $\{a_n\}$  的通项公式为  $a_n = (-2)^n$ .

(2) 由 (1) 可得

$$S_n = \frac{a_1(1-q^n)}{1-q} = -\frac{2}{3} + (-1)^n \frac{2^{n+1}}{3}.$$

由于

$$S_{n+2} + S_{n+1} = -\frac{4}{3} + (-1)^n \frac{2^{n+3} - 2^{n+2}}{3} = 2[-\frac{2}{3} + (-1)^n \frac{2^{n+1}}{3}] = 2S_n.$$

故  $S_{n+1}, S_n, S_{n+2}$  成等差数列.

18. 解:

(1) 由已知  $\angle BAP = \angle CDP = 90^\circ$ , 得  $AB \perp AP$ ,  $CD \perp PD$ .

由于  $AB \parallel CD$ , 故  $AB \perp PD$ , 从而  $AB \perp$  平面  $PAD$ .

又  $AB \subset$  平面  $PAB$ , 所以平面  $PAB \perp$  平面  $PAD$ .

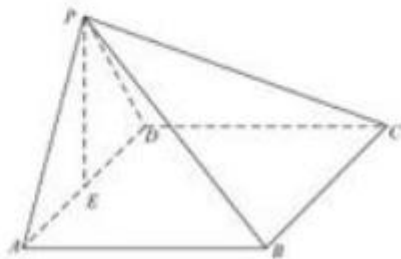
(2) 在平面  $PAD$  内作  $PE \perp AD$ , 垂足为  $E$ .

由 (1) 知,  $AB \perp$  平面  $PAD$ , 故  $AB \perp PE$ , 可得  $PE \perp$  平面  $ABCD$ .

设  $AB = x$ , 则由已知可得  $AD = \sqrt{2}x$ ,  $PE = \frac{\sqrt{2}}{2}x$ .

故四棱锥  $P-ABCD$  的体积

$$V_{P-ABCD} = \frac{1}{3} AB \cdot AD \cdot PE = \frac{1}{3} x^3.$$



由题设得  $\frac{1}{3}x^3 = \frac{8}{3}$ , 故  $x = 2$ .

从而  $PA = PD = 2$ ,  $AD = BC = 2\sqrt{2}$ ,  $PB = PC = 2\sqrt{2}$ .

可得四棱锥  $P-ABCD$  的侧面积为

$$\frac{1}{2}PA \cdot PD + \frac{1}{2}PA \cdot AB + \frac{1}{2}PD \cdot DC + \frac{1}{2}BC^2 \sin 60^\circ = 6 + 2\sqrt{3}.$$

19. 解:

(1) 由样本数据得  $(x_i, i)$  ( $i = 1, 2, \dots, 16$ ) 的相关系数为

$$r = \frac{\sum_{i=1}^{16} (x_i - \bar{x})(i - 8.5)}{\sqrt{\sum_{i=1}^{16} (x_i - \bar{x})^2} \sqrt{\sum_{i=1}^{16} (i - 8.5)^2}} = \frac{-2.78}{0.212 \times \sqrt{16 \times 18.439}} \approx -0.18.$$

由于  $|r| < 0.25$ , 因此可以认为这一天生产的零件尺寸不随生产过程的进行而系统地变大或变小.

(2) (i) 由于  $\bar{x} = 9.97$ ,  $s \approx 0.212$ , 由样本数据可以看出抽取的第 13 个零件的尺寸在  $(\bar{x} - 3s, \bar{x} + 3s)$  以外, 因此需对当天的生产过程进行检查.

(ii) 剔除离群值, 即第 13 个数据, 剩下数据的平均数为

$$\frac{1}{15}(16 \times 9.97 - 9.22) = 10.02,$$

这条生产线当天生产的零件尺寸的均值的估计值为 10.02.

$$\sum_{i=1}^{16} x_i^2 = 16 \times 0.212^2 + 16 \times 9.97^2 \approx 1591.134,$$

剔除第 13 个数据, 剩下数据的样本方差为

$$\frac{1}{15}(1591.134 - 9.22^2 - 15 \times 10.02^2) \approx 0.008,$$

这条生产线当天生产的零件尺寸的标准差的估计值为  $\sqrt{0.008} \approx 0.09$ .

20. 解:

(1) 设  $A(x_1, y_1)$ ,  $B(x_2, y_2)$ , 则  $x_1 \neq x_2$ ,  $y_1 = \frac{x_1^2}{4}$ ,  $y_2 = \frac{x_2^2}{4}$ ,  $x_1 + x_2 = 4$ ,

于是直线  $AB$  的斜率  $k = \frac{y_1 - y_2}{x_1 - x_2} = \frac{x_1 + x_2}{4} = 1$ .

(2) 由  $y = \frac{x^2}{4}$ , 得  $y' = \frac{x}{2}$ .

设  $M(x_3, y_3)$ , 由题设知  $\frac{x_3}{2} = 1$ , 解得  $x_3 = 2$ , 于是  $M(2, 1)$ .

设直线  $AB$  的方程为  $y = x + m$ , 故线段  $AB$  的中点为  $N(2, 2 + m)$ ,  $|MN| = |m + 1|$ .

将  $y = x + m$  代入  $y = \frac{x^2}{4}$  得  $x^2 - 4x - 4m = 0$ .

当  $\Delta = 16(m + 1) > 0$ , 即  $m > -1$  时,  $x_{1,2} = 2 \pm 2\sqrt{m + 1}$ .

从而  $|AB| = \sqrt{2}|x_1 - x_2| = 4\sqrt{2(m + 1)}$ .

由题设知  $|AB| = 2|MN|$ , 即  $4\sqrt{2(m + 1)} = 2(m + 1)$ , 解得  $m = 7$ .

所以直线  $AB$  的方程为  $y = x + 7$ .

21. 解:

(1) 函数  $f(x)$  的定义域为  $(-\infty, +\infty)$ ,  $f'(x) = 2e^{2x} - ae^x - a^2 = (2e^x + a)(e^x - a)$ .

① 若  $a = 0$ , 则  $f(x) = e^{2x}$ , 在  $(-\infty, +\infty)$  单调递增.

② 若  $a > 0$ , 则由  $f'(x) = 0$  得  $x = \ln a$ .

当  $x \in (-\infty, \ln a)$  时,  $f'(x) < 0$ ; 当  $x \in (\ln a, +\infty)$  时,  $f'(x) > 0$ . 故  $f(x)$  在  $(-\infty, \ln a)$  单调递减, 在  $(\ln a, +\infty)$  单调递增.

③ 若  $a < 0$ , 则由  $f'(x) = 0$  得  $x = \ln(-\frac{a}{2})$ .

当  $x \in (-\infty, \ln(-\frac{a}{2}))$  时,  $f'(x) < 0$ ; 当  $x \in (\ln(-\frac{a}{2}), +\infty)$  时,  $f'(x) > 0$ . 故  $f(x)$  在  $(-\infty, \ln(-\frac{a}{2}))$  单调递减, 在  $(\ln(-\frac{a}{2}), +\infty)$  单调递增.

(2) ① 若  $a = 0$ , 则  $f(x) = e^{2x}$ , 所以  $f(x) \geq 0$ .

② 若  $a > 0$ , 则由(1)得, 当  $x = \ln a$  时,  $f(x)$  取得最小值, 最小值为  $f(\ln a) = -a^2 \ln a$ . 从而当且仅当  $-a^2 \ln a \geq 0$ , 即  $a \leq 1$  时,  $f(x) \geq 0$ .

③ 若  $a < 0$ , 则由(1)得, 当  $x = \ln(-\frac{a}{2})$  时,  $f(x)$  取得最小值, 最小值为

$f(\ln(-\frac{a}{2})) = a^2[\frac{3}{4} - \ln(-\frac{a}{2})]$ . 从而当且仅当  $a^2[\frac{3}{4} - \ln(-\frac{a}{2})] \geq 0$ , 即  $a \geq -2e^{\frac{3}{4}}$  时  $f(x) \geq 0$ .

综上,  $a$  的取值范围是  $[-2e^{\frac{3}{4}}, 1]$ .

22. 解:

(1) 曲线  $C$  的普通方程为  $\frac{x^2}{9} + y^2 = 1$ .

当  $a = -1$  时, 直线  $l$  的普通方程为  $x + 4y - 3 = 0$ .

$$\text{由 } \begin{cases} x + 4y - 3 = 0, \\ \frac{x^2}{9} + y^2 = 1 \end{cases} \text{ 解得 } \begin{cases} x = 3, \\ y = 0 \end{cases} \text{ 或 } \begin{cases} x = -\frac{21}{25}, \\ y = \frac{24}{25}. \end{cases}$$

从而  $C$  与  $l$  的交点坐标为  $(3, 0)$ ,  $(-\frac{21}{25}, \frac{24}{25})$ .

(2) 直线  $l$  的普通方程为  $x + 4y - a - 4 = 0$ , 故  $C$  上的点  $(3\cos\theta, \sin\theta)$  到  $l$  的距离为

$$d = \frac{|3\cos\theta + 4\sin\theta - a - 4|}{\sqrt{17}}.$$

当  $a \geq -4$  时,  $d$  的最大值为  $\frac{a+9}{\sqrt{17}}$ . 由题设得  $\frac{a+9}{\sqrt{17}} = \sqrt{17}$ , 所以  $a = 8$ ;

当  $a < -4$  时,  $d$  的最大值为  $\frac{-a+1}{\sqrt{17}}$ . 由题设得  $\frac{-a+1}{\sqrt{17}} = \sqrt{17}$ , 所以  $a = -16$ .

综上,  $a = 8$  或  $a = -16$ .

23. 解:

(1) 当  $a = 1$  时, 不等式  $f(x) \geq g(x)$  等价于

$$x^2 - x + |x+1| + |x-1| - 4 \leq 0. \quad \text{①}$$

当  $x < -1$  时, ①式化为  $x^2 - 3x - 4 \leq 0$ , 无解;

当  $-1 \leq x \leq 1$  时, ①式化为  $x^2 - x - 2 \leq 0$ , 从而  $-1 \leq x \leq 1$ ;

当  $x > 1$  时, ①式化为  $x^2 + x - 4 \leq 0$ , 从而  $1 < x \leq \frac{-1+\sqrt{17}}{2}$ .

所以  $f(x) \geq g(x)$  的解集为  $\{x | -1 \leq x \leq \frac{-1+\sqrt{17}}{2}\}$ .

(2) 当  $x \in [-1, 1]$  时,  $g(x) = 2$ .

所以  $f(x) \geq g(x)$  的解集包含  $[-1, 1]$ , 等价于当  $x \in [-1, 1]$  时  $f(x) \geq 2$ .

又  $f(x)$  在  $[-1, 1]$  的最小值必为  $f(-1)$  与  $f(1)$  之一, 所以  $f(-1) \geq 2$  且  $f(1) \geq 2$ , 得  $-1 \leq a \leq 1$ .

所以  $a$  的取值范围为  $[-1, 1]$ .

# 郑州牛家长

微信号 : zznijiazhang

长按二维码关注



升学信息



家长社群



公益讲座



我们不是搬运工 原创才是我们的特色