2023年高中毕业年级第一次质量预测

文科数学　评分参考

一、选择题：本题共12小题，每小题5分，共60分。在每小题给出的四个选项中，只有一项是符合题目要求的。

1.A　2.C　3.A　4. B　5 .C　6. B　7.D　8.C　9. C　10.D　11.A　12.B

二、填空题：本题共4小题，每小题5分，共20分。

13. $\frac{\pi}{3}$;　14.$(-\infty,0)$;　15.　2π;　16.②④ .

三、解答题：共70分。

17. 解析：(I)由表格中的数据，182.4＞79.2，..1分

$\therefore \frac{182.4}{\sum_{i=1}^{7}(y_i-\bar{y})^2} > \frac{79.2}{\sum_{i=1}^{7}(y_i-\bar{y})^2}$, $1-\frac{182.4}{\sum_{i=1}^{7}(y_i-\bar{y})^2} < 1-\frac{79.2}{\sum_{i=1}^{7}(y_i-\bar{y})^2}$, ...3分

∴模型①的相关指数R_1^2小于模型②的相关指数R_2^2，..5分

∴回归模型②的拟合效果更好..6分

(Ⅱ)当$x=17$亿时，科技升级直接收益的预测值为：

$\hat{y}=21.3\sqrt{x}-14.4\approx 72.93$(亿元). 12分

18. 解析：(I)在四棱锥$P-ABCD$中，$PA\perp$底面$ABCD, AD\perp AB, AB//DC$，

由$AD=DC=AP=2, AB=1$，得$PB=BC=\sqrt{5}$, ...2分

又点E为棱PC的中点，$BE\perp PC$，..3分

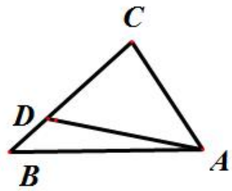
由$AD=DC=AP=2, AC=2\sqrt{2}, PC=2\sqrt{3}$，得$AE=\sqrt{3}, BE=\sqrt{2}, AB=1$，..............................4分

由$AE^2=BE^2+AB^2$,得$BE\perp AB$,又$AB\parallel CD, CD\cap CP=C$，

故$BE\perp$面PCD,又$BE\subset$面PBC，所以平面$PBC\perp$平面PCD 6分

(Ⅱ)点E为棱PC的中点，

$V_{E-ABCD}=\frac{1}{2}V_{P-ABCD}=\frac{1}{2}\cdot\frac{1}{3}\cdot\frac{1}{2}(1+2)\cdot 2\cdot 2=1$ 12分



19. 解析：(I)因为 $b+c=a\cos B+\sqrt{3}a\sin B$，

所以 $\sin B+\sin C=\sin A\cos B+\sqrt{3}\sin A\sin B$，......................................2 分

又因为 $\sin C=\sin(A+B)=\sin A\cos B+\cos A\sin B$，

所以 $\sin B+\cos A\sin B=\sqrt{3}\sin A\sin B$，......................................4 分

而 $B\in(0,\pi),\sin B\neq 0$ ，

所以 $\sqrt{3}\sin A-\cos A=1$，即 $\sin(A-\frac{\pi}{6})=\frac{1}{2}$，......................................5 分

又因为 $0<A<\pi$，所以 $-\frac{\pi}{6}<A-\frac{\pi}{6}<\frac{5\pi}{6}$，故 $A-\frac{\pi}{6}=\frac{\pi}{6}$，解得 $A=\frac{\pi}{3}$． ....6 分

(Ⅱ)因为 $CD=2DB$，$\overrightarrow{AD}=\frac{2}{3}\overrightarrow{AB}+\frac{1}{3}\overrightarrow{AC}$，

由 $\overrightarrow{AD}^2=(\frac{2}{3}\overrightarrow{AB}+\frac{1}{3}\overrightarrow{AC})^2$，所以 $4=\frac{1}{9}b^2+\frac{4}{9}c^2+\frac{2}{9}bc$,......................................8 分

$4=\frac{1}{9}b^2+\frac{4}{9}c^2+\frac{2}{9}bc\geq\frac{4}{9}bc+\frac{2}{9}bc=\frac{2}{3}bc$，

解得 $bc\leq 6$，当且仅当 $b=2c=2\sqrt{3}$ 时取“=”,......................................10 分

所以 $\triangle ABC$ 的面积为 $S=\frac{1}{2}\cdot AC\cdot AB\cdot\sin BAC=\frac{\sqrt{3}}{4}bc\leq\frac{3\sqrt{3}}{2}$，

当且仅当 $b=2c=2\sqrt{3}$ 时，$\triangle ABC$ 的面积有最大值为 $\frac{3\sqrt{3}}{2}$． ....12 分

20．解析：(I) $f(x)\leq x+c$ 等价于 $\ln x-x\leqslant c-1$． ....2 分

设 $h(x)=\ln x-x$，则 $h'(x)=\frac{1}{x}-1=\frac{(1-x)}{x}$．

当 $0<x<1$ 时，$h'(x)>0$，所以 $h(x)$ 在区间 $(0,1)$ 内单调递增；......................................4 分

当 $x>1$ 时，$h'(x)<0$，所以 $h(x)$ 在区间 $(1,+\infty)$ 内单调递减．......................................5 分

故 $[h(x)]_{\max}=h(1)=-1$，所以 $c-1\geqslant -1$，即 $c\geq 0$，所以 c 的取值范围是 $[0,+\infty)$． ....6 分

(Ⅱ) $g(x)=\frac{\ln x+1-(\ln a+1)}{x-a}=\frac{(\ln x-\ln a)}{x-a}$($x>0$且 $x\neq a$)，

因此 $g'(x)=\frac{(x-a-x\ln x+x\ln a)}{x(x-a)^2}$，设 $m(x)=(x-a-x\ln x+x\ln a)$，

则有 $m'(x)=(\ln a-\ln x)$，......................................8 分

当 $x>a$ 时，$\ln x>\ln a$，所以 $m'(x)<0$， $m(x)$ 单调递减，因此有 $m(x)<m(a)=0$，

即 $g'(x)<0$，所以 $g(x)$ 单调递减；..10 分

当 $0<x<a$ 时，$\ln x<\ln a$，所以 $m'(x)>0$， $m(x)$ 单调递增，因此有 $m(x)<m(a)=0$，

即 $g'(x)<0$，所以 $g(x)$ 单调递减，

所以函数 $g(x)$ 在区间 $(0,a)$ 和 $(a,+\infty)$ 上单调递减，没有递增区间......................................12 分

21．解析：(I)由题意得 $e=\dfrac{c}{a}=\sqrt{1-\dfrac{b^2}{a^2}}=\dfrac{\sqrt{3}}{2}$，所以 $a=2b$，..2 分

不妨设直线 l_1 的方程为 $\dfrac{x}{a}+\dfrac{y}{b}=1$，$\dfrac{x}{2b}+\dfrac{y}{b}=1$，即 $x+2y-2b=0$，..3 分

所以原点 O 到直线 l_1 的距离为 $d=\dfrac{2b}{\sqrt{5}}=\dfrac{2\sqrt{5}}{5}$，

解得 $b=1$，所以 $a=2$，故椭圆 C 的标准方程为 $\dfrac{x^2}{4}+y^2=1$．..5 分

(Ⅱ)设 $A(x_1,y_1)$、$B(x_2,y_2)$，设 $\overrightarrow{AP}=\lambda\overrightarrow{PB}(\lambda\neq-1)$，$\dfrac{x_1+\lambda x_2}{(1+\lambda)}=0,\dfrac{y_1+\lambda y_2}{(1+\lambda)}=2$，

于是：$\begin{cases}\dfrac{x_1^{\ 2}}{4}+y_1^{\ 2}=1,\\ \dfrac{x_2^{\ 2}}{4}+y_2^{\ 2}=1,\end{cases}$ 故 $\begin{cases}\dfrac{x_1^{\ 2}}{4}+y_1^{\ 2}=1,\\ \lambda^2\dfrac{x_2^{\ 2}}{4}+\lambda^2y_2^{\ 2}=\lambda^2.\end{cases}$ ....7 分

得，$\dfrac{(x_1-\lambda x_2)(x_1+\lambda x_2)}{4}+(y_1-\lambda y_2)(y_1+\lambda y_2)=1-\lambda^2$，

$\dfrac{(x_1-\lambda x_2)(x_1+\lambda x_2)}{4(1+\lambda)}+\dfrac{(y_1-\lambda y_2)(y_1+\lambda y_2)}{1+\lambda}=1-\lambda$ ....9 分

将点 P 坐标代入，$(y_1-\lambda y_2)=\dfrac{1-\lambda}{2}$ 又 $(y_1+\lambda y_2)=2(1+\lambda)$，

得 $y_1=\dfrac{3\lambda+5}{4}$, 又 $y_1\in[-1,1]$，故 $\lambda\in[-\dfrac{7}{3},-1)$ 上，且 $\lambda\neq-1$. ....11 分

所以 $\dfrac{|PA|}{|PB|}=|\lambda|\in[\dfrac{1}{3},1)\cup(1,3]$..12 分

（二）选考题：共 10 分。请考生在第 22、23 题中任选一题作答。如果多做，则按所写的第一题计分。

22．[选修 4-4：坐标系与参数方程]（10 分）

（1）曲线 C 的参数方程为 $\begin{cases} x=\dfrac{1}{\cos\alpha}, \\ y=\dfrac{\sqrt{3}\sin\alpha}{\cos\alpha}, \end{cases}$ $(\alpha$ 为参数，$\alpha\neq k\pi+\dfrac{\pi}{2})$，

所以 $x^2=\dfrac{1}{\cos^2\alpha},\dfrac{y^2}{3}=\dfrac{\sin^2\alpha}{\cos^2\alpha}$，所以 $x^2-\dfrac{y^2}{3}=1$.

即曲线 C 的普通方程为 $x^2-\dfrac{y^2}{3}=1$.（3 分）

直线 l 的极坐标方程为 $\rho\cos\left(\theta+\dfrac{\pi}{3}\right)=1$，则 $\rho\left(\cos\theta\cos\dfrac{\pi}{3}-\sin\theta\sin\dfrac{\pi}{3}\right)=1$，

转换为直角坐标方程为 $x-\sqrt{3}y-2=0$.（5 分）

（2）直线 l 过点 $P(2,0)$，直线 l 的参数方程为 $\begin{cases} x=2+\dfrac{\sqrt{3}}{2}t, \\ y=\dfrac{1}{2}t, \end{cases}$（$t$ 为参数）

令点 A，B 对应的参数分别为 t_1，t_2，

由 $\begin{cases} x=2+\dfrac{\sqrt{3}}{2}t \\ y=\dfrac{1}{2}t \end{cases}$ 代入 $x^2-\dfrac{y^2}{3}=1$，得 $2t^2+6\sqrt{3}t+9=0$，

则 $t_1+t_2=-3\sqrt{3}$，$t_1t_2=\dfrac{9}{2}$，（8 分）

故 $\dfrac{1}{|PA|}+\dfrac{1}{|PB|}=\dfrac{1}{|t_1|}+\dfrac{1}{|t_2|}=\dfrac{|t_1|+|t_2|}{|t_1t_2|}=\dfrac{|t_1+t_2|}{|t_1t_2|}=\dfrac{2\sqrt{3}}{3}$.（10 分）

23.（1）①当 $x\leq-1$ 时，$1-3x\leq5\Rightarrow x\geq-\dfrac{4}{3}$，解得 $-\dfrac{4}{3}\leq x\leq-1$；

②当 $-1<x\leq3$ 时，$x+5\leq5\Rightarrow x\leq0$，解得 $-1<x\leq0$；

③当 $x>3$ 时，$3x-1\leq5\Rightarrow x\leq2$，无解，

综上：不等式的解集为 $\left\{x\middle|-\dfrac{4}{3}\leq x\leq0\right\}$.（5 分）

（2）因为 $f(x)=2|x+1|+|x-3|=|x+1|+|x-3|+|x+1|\geq|x+1-x+3|+0=4$，

当且仅当 $x=-1$ 时等号成立.

所以 $m=4$，即 $a+b+c=m=4$，

$$\frac{1}{a+b}+\frac{1}{b+c}+\frac{1}{c+a}=\frac{1}{8}\left[(a+b)+(b+c)+(c+a)\right]\left(\frac{1}{a+b}+\frac{1}{b+c}+\frac{1}{c+a}\right)$$

$$=\frac{3}{8}+\frac{1}{8}\left(\frac{b+c}{a+b}+\frac{a+b}{b+c}+\frac{b+c}{c+a}+\frac{c+a}{b+c}+\frac{a+b}{c+a}+\frac{c+a}{a+b}\right)$$

$$\geq\frac{3}{8}+\frac{1}{8}\left(2\sqrt{\frac{b+c}{a+b}\cdot\frac{a+b}{b+c}}+2\sqrt{\frac{b+c}{c+a}\cdot\frac{c+a}{b+c}}+2\sqrt{\frac{a+b}{c+a}\cdot\frac{c+a}{a+b}}\right)=\frac{9}{8},$$

当且仅当 $a+b=b+c=c+a$，即 $a=b=c=\frac{4}{3}$ 时，等号成立．（10 分）