

八年级数学（下册）知识点总结

十六章：二次根式

1. 二次根式：式子 \sqrt{a} ($a \geq 0$) 叫做二次根式。

2. 最简二次根式：必须同时满足下列条件：

(1) 被开方数中不含开方开的尽的因数或因式； (2) 被开方数中不含分母。

3. 同类二次根式：

二次根式化成最简二次根式后，若被开方数相同，则这几个二次根式就是同类二次根式。

4. 二次根式的性质：

$$(1) (\sqrt{a})^2 = a \quad (a \geq 0); \quad (2) \sqrt{a^2} = |a| = \begin{cases} a & (a > 0) \\ 0 & (a = 0); \\ -a & (a < 0) \end{cases}$$

5. 二次根式的运算：

(1) 因式的外移和内移：如果被开方数中有的因式能够开得尽方，那么，就可以用它的算术根代替而移到根号外面；如果被开方数是代数和的形式，那么先解因式，变形为积的形式，再移因式到根号外面，反之也可以将根号外面的正因式平方后移到根号里面。

(2) 二次根式的加减法：先把二次根式化成最简二次根式再合并同类二次根式。

(3) 二次根式的乘除法：二次根式相乘（除），将被开方数相乘（除），所得的积（商）仍作积（商）的被开方数并将运算结果化为最简二次根式。

$$\sqrt{ab} = \sqrt{a} \sqrt{b} \quad (a \geq 0, b \geq 0); \quad \sqrt{\frac{b}{a}} = \frac{\sqrt{b}}{\sqrt{a}} \quad (b \geq 0, a > 0).$$

(4) 有理数的加法交换律、结合律，乘法交换律及结合律，乘法对加法的分配律以及多项式的乘法公式，都适用于二次根式的运算。

十七章：勾股定理

1. 勾股定理：如果直角三角形的两直角边长分别为 a, b ，斜边长为 c ，那么 $a^2 + b^2 = c^2$ 。

应用：(1) 已知直角三角形的两边求第三边（在 $\triangle ABC$ 中， $\angle C = 90^\circ$ ，则

$$c = \sqrt{a^2 + b^2}, \quad b = \sqrt{c^2 - a^2}, \quad a = \sqrt{c^2 - b^2}$$

(2) 已知直角三角形的一边与另两边的关系，求直角三角形的另两边。

2. 勾股定理逆定理：如果三角形三边长 a, b, c 满足 $a^2 + b^2 = c^2$ ，那么这个三角形是直角三角形。（应用：判定一个三角形是否是直角三角形的重要方法。）

3. 经过证明被确认正确的命题叫做定理。

每个牛孩身后都有一个牛家长。

我们把题设、结论正好相反的两个命题叫做互逆命题。如果把其中一个叫做原命题，那么另一个叫做它的逆命题。（例：勾股定理与勾股定理逆定理）

4. 勾股数

①能够构成直角三角形的三边长的三个正整数称为勾股数，即 $a^2 + b^2 = c^2$ 中， a, b, c 为正整数时，称 a, b, c 为一组勾股数

②记住常见的勾股数可以提高解题速度，如 3,4,5 ; 6,8,10 ; 5,12,13 ; 7,24,25 等

5. 直角三角形的性质

(1) 直角三角形的两个锐角互余。可表示如下： $\angle C=90^\circ \Rightarrow \angle A + \angle B = 90^\circ$

(2) 在直角三角形中， 30° 角所对的直角边等于斜边的一半。

可表示如下： $\left. \begin{array}{l} \angle A = 30^\circ \\ \angle C = 90^\circ \end{array} \right\} \Rightarrow BC = \frac{1}{2} AB$

(3) 直角三角形斜边上的中线等于斜边的一半

可表示如下： $\left. \begin{array}{l} \angle ACB = 90^\circ \\ D \text{ 为 } AB \text{ 的中点} \end{array} \right\} \Rightarrow CD = \frac{1}{2} AB = BD = AD$

6. 常用关系式

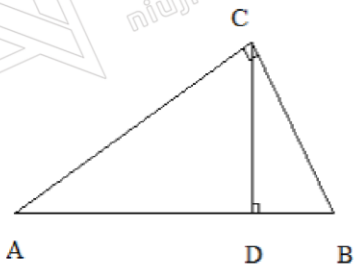
由三角形面积公式可得： $AB \cdot CD = AC \cdot BC$

7. 直角三角形的判定

1、有一个角是直角的三角形是直角三角形。

2、如果三角形一边上的中线等于这边的一半，那么这个三角形是直角三角形。

3、勾股定理的逆定理：如果三角形的三边长 a, b, c 有关系 $a^2 + b^2 = c^2$ ，那么这个三角形是直角三角形。



8. 命题、定理、证明

1. 命题的概念

判断一件事情的语句，叫做命题。

理解：命题的定义包括两层含义：

- (1) 命题必须是个完整的句子；
- (2) 这个句子必须对某件事情做出判断。

2. 命题的分类（按正确、错误与否分）

命题 $\left\{ \begin{array}{l} \text{真命题（正确的命题）：如果题设成立，那么结论一定成立的命题。} \\ \text{假命题（错误的命题）：如果题设成立，不能证明结论总是成立的命题。} \end{array} \right.$

3. 定理

用推理的方法判断为正确的命题叫做定理。

4. 证明

判断一个命题的正确性的推理过程叫做证明。

5. 证明命题的一般步骤

- (1) 根据题意，画出图形。
- (2) 根据题设、结论、结合图形，写出已知、求证。
- (3) 经过分析，找出由已知推出求证的途径，写出证明过程。

每个牛孩身后都有一个牛家长

9. 三角形中的中位线

连接三角形两边中点的线段叫做三角形的中位线。

(1) 三角形共有三条中位线，并且它们又重新构成一个新的三角形。

(2) 要会区别三角形中线与中位线。

三角形中位线定理：三角形的中位线平行于第三边，并且等于它的一半。

三角形中位线定理的作用：

位置关系：可以证明两条直线平行。

数量关系：可以证明线段的倍分关系。

常用结论：任一个三角形都有三条中位线，由此有：

结论 1：三条中位线组成一个三角形，其周长为原三角形周长的一半。

结论 2：三条中位线将原三角形分割成四个全等的三角形。

结论 3：三条中位线将原三角形划分出三个面积相等的平行四边形。

结论 4：三角形一条中线和与它相交的中位线互相平分。

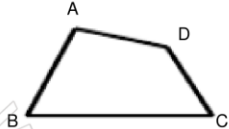
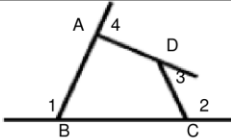
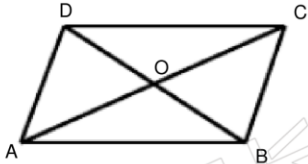
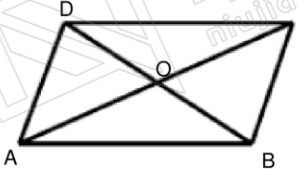
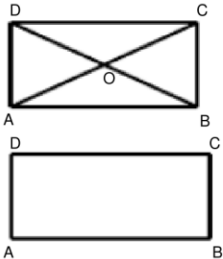
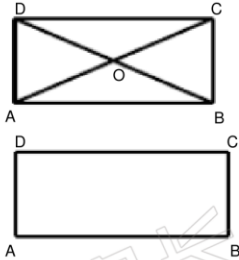

结论 5：三角形中任意两条中位线的夹角与这夹角所对的三角形的顶角相等。

10. 数学口诀

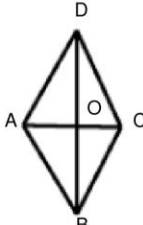
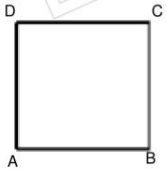
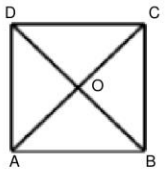
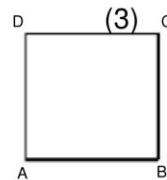
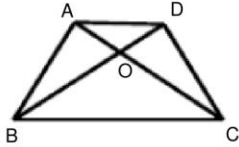
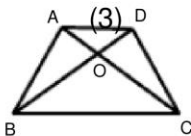
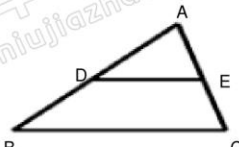
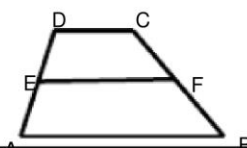
平方差公式：平方差公式有两项，符号相反切记牢，首加尾乘首减尾，莫与完全公式相混淆。

完全平方公式：完全平方有三项，首尾符号是同乡，首平方、尾平方，首尾二倍放中央；首 \pm 尾括号带平方，尾项符号随中央。

十八章：平行四边形

<p>1. 四边形的内角和与外角和定理：</p> <p>(1) 四边形的内角和等于 360° ；</p> <p>(2) 四边形的外角和等于 360° 。</p>	
<p>2. 多边形的内角和与外角和定理：</p> <p>(1) n 边形的内角和等于 $(n-2)180^\circ$ ；</p> <p>(2) 任意多边形的外角和等于 360° 。</p>	
<p>3. 平行四边形的性质：</p> <p>因为四边形 ABCD 是平行四边形 \Rightarrow</p>	<p>(1) 两组对边分别平行；</p> <p>(2) 两组对边分别相等；</p> <p>(3) 两组对角分别相等；</p> <p>(4) 对角线互相平分；</p> <p>(5) 邻角互补。</p> <div style="text-align: center; margin-top: 10px;">  </div>
<p>4. 平行四边形的判定：</p> <p>(1) 两组对边分别平行</p> <p>(2) 两组对边分别相等</p> <p>(3) 两组对角分别相等</p> <p>(4) 一组对边平行且相等</p> <p>(5) 对角线互相平分</p> <p style="margin-left: 150px;">} ABCD 是平行四边形。</p>	
<p>5. 矩形的性质：</p> <p>因为四边形 ABCD 是矩形 \Rightarrow</p>	<p>(1) 具有平行四边形的所有通性；</p> <p>(2) 四个角都是直角；</p> <p>(3) 对角线相等。</p> <div style="text-align: center; margin-top: 10px;">  </div>
<p>6. 矩形的判定：</p> <p>(1) 平行四边形 + 一个直角</p> <p>(2) 三个角都是直角</p> <p>(3) 对角线相等的平行四边形</p> <p style="margin-left: 150px;">} \Rightarrow 四边形 ABCD 是矩形。</p>	
<p>7. 菱形的性质：</p> <p>因为四边形 ABCD 是菱形 \Rightarrow</p>	<p>(1) 具有平行四边形的所有通性；</p> <p>(2) 四个边都相等；</p> <p>(3) 对角线垂直且平分对 角。</p> <div style="text-align: center; margin-top: 10px;">  </div>

每个牛孩身后都有一个牛家长。

<p>8. 菱形的判定：</p> <p>(1) 平行四边形 + 一组邻边等 (2) 四个边都相等 (3) 对角线垂直的平行四边形</p>	<p>⇒ 四边形 ABCD 是菱形 .</p> 
<p>9. 正方形的性质</p> <p>因为四边形 ABCD 是正方形 ⇒</p>	<p>(1) 具有平行四边形的所有通性； (2) 四个边都相等，四个角都是直角； (3) 对角线相等垂直且平分对角 .</p>  
<p>10. 正方形的判定：</p> <p>(1) 平行四边形 + 一组邻边等 + 一个直角 (2) 菱形 + 一个直角 (3) 矩形 + 一组邻边等</p>	<p>⇒ 四边形 ABCD 是正方形 .</p> <p>∴ 四边形 ABCD 是矩形 且 $AD=AB$ ∴ 四边形 ABCD 是正方形</p> 
<p>11. 等腰梯形的性质：</p> <p>因为四边形 ABCD 是等腰梯形 ⇒</p>	<p>(1) 两底平行，两腰相等； (2) 同一底上的底角相等； (3) 对角线相等 .</p> 
<p>12. 等腰梯形的判定：</p> <p>(1) 梯形 + 两腰相等 (2) 梯形 + 底角相等 (3) 梯形 + 对角线相等</p>	<p>⇒ 四边形 ABCD 是等腰梯形</p> <p>∴ 四边形 ABCD 是梯形且 $AD \parallel BC$ 又 ∴ $AC=BD$ ∴ 四边形 ABCD 是等腰梯形</p> 
<p>14. 三角形中位线定理： 三角形的中位线平行第三边，并且等于它的一半 .</p>	<p>∴ DE 是 $\triangle ABC$ 的中位线 ∴ $DE \parallel BC$, $DE = \frac{1}{2} BC$</p> 
<p>15. 梯形中位线定理： 梯形的中位线平行于两底，并且等于两底和的一半 .</p>	

每个牛孩身后都有一个牛家长。

附：一、 公式：

1. $S_{\text{菱形}} = \frac{1}{2}ab=ch$. (a 、 b 为菱形的对角线 , c 为菱形的边长 , h 为 c 边上的高)

2. $S_{\text{平行四边形}} =ah$. a 为平行四边形的边 , h 为 a 上的高)

3. $S_{\text{梯形}} = \frac{1}{2}(a+b)h=Lh$. (a 、 b 为梯形的底 , h 为梯形的高 , L 为梯形的中位线)

二、 常识：

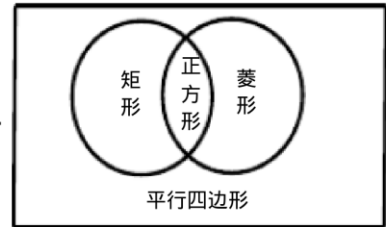
1. 若 n 是多边形的边数 , 则对角线条数公式是： $\frac{n(n-3)}{2}$

2. 如图：平行四边形、矩形、菱形、正方形的从属关系

3. 常见图形中 , 仅是轴对称图形的有：

角、等腰三角形、等边三角形、正奇边形、等腰梯形 , ,

注意：线段有两条对称轴 .



十九章：一次函数

一. 常量、变量：

在一个变化过程中 , 数值发生变化的量叫做 变量 ; 数值始终不变的量叫做 常量 .

二、函数的概念：

函数的定义：一般的 , 在一个变化过程中 , 如果有两个变量 x 与 y , 并且对于 x 的每一个确定的值 , y 都有唯一确定的值与其对应 , 那么我们就说 x 是自变量 , y 是 x 的函数 .

三、函数中自变量取值范围的求法 (即有意义) :

(1) 用整式表示的函数 , 自变量的取值范围是全体实数。

(2) 用分式表示的函数 , 自变量的取值范围是使分母不为 0 的一切实数。

(3) 用奇次根式表示的函数 , 自变量的取值范围是全体实数。

用偶次根式表示的函数 , 自变量的取值范围是使被开方数为非负数的一切实数。

(4) 若解析式由上述几种形式综合而成 , 须先求出各部分的取值范围 , 然后再求其公共范围 , 即为自变量的取值范围。

(5) 对于与实际问题有关系的 , 自变量的取值范围应使实际问题有意义。

四、函数图象的定义：一般的 , 对于一个函数 , 如果把自变量与函数的每对对应值分别作为点的横、纵坐标 , 那么在坐标平面内由这些点组成的图形 , 就是这个函数的图象 .

五、用描点法画函数的图象的一般步骤

1、列表 (表中给出一些自变量的值及其对应的函数值。)

注意：列表时自变量由小到大 , 相差一样 , 有时需对称。

2、描点：(在直角坐标系中 , 以自变量的值为横坐标 , 相应的函数值为纵坐标 , 描出表格中数值对应的各点。)

3、连线：(按照横坐标由小到大的顺序把所描的各点用平滑的曲线连接起来) 。

六、函数有三种表示形式： (1) 列表法 (2) 图像法 (3) 解析式法

七、正比例函数

1、定义：一般地 , 形如 $y=kx$ (k 为常数 , 且 $k \neq 0$) 的函数叫做正比例函数 . 其中 k 叫做比例系数。

每个牛孩身后都有一个牛家长

- 特征：(1) k 为常数，且 $k \neq 0$ ；(2) 自变量的次数是 1
 (3) 自变量的取值范围为全体实数。

2、图象：

(1) 正比例函数 $y = kx$ (k 是常数， $k \neq 0$) 的图象是经过原点的一条直线，我们称它为直线 $y = kx$ 。必过点： $(0, 0)$ 、 $(1, k)$

(2) 性质：当 $k > 0$ 时，直线 $y = kx$ 经过第三、一象限，从左向右上升，即随着 x 的增大 y 也增大；当 $k < 0$ 时，直线 $y = kx$ 经过二、四象限，从左向右下降，即随着 x 的增大 y 反而减小。

八、一次函数

1、定义：一般地，形如 $y = kx + b$ (k, b 为常数，且 $k \neq 0$) 的函数叫做一次函数。

当 $b = 0$ 时， $y = kx + b$ 即为 $y = kx$ ，所以正比例函数，是一次函数的特例。

- 特征：(1) k 不为零；(2) x 指数为 1
 (3) 自变量的取值范围为全体实数；(4) b 取任意实数

2、图象：

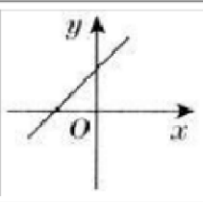
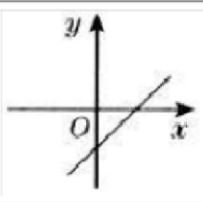
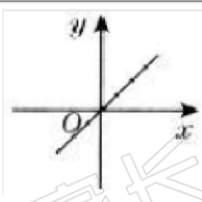
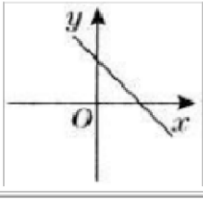
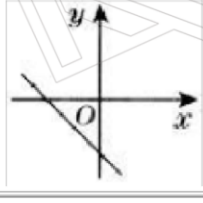
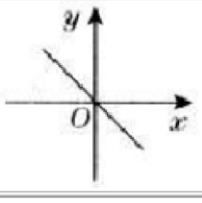
(1) 一次函数 $y = kx + b$ 的图象是经过 $(0, b)$ 和 $(-\frac{b}{k}, 0)$ 两点的一条直线，我们称它为直线 $y = kx + b$ ，它可以看作由直线 $y = kx$ 平移 $|b|$ 个单位长度得到。(当 $b > 0$ 时，向上平移；当 $b < 0$ 时，向下平移)

(2) 图像的平移：当 $b > 0$ 时，将直线 $y = kx$ 的图象向上平移 b 个单位；
 当 $b < 0$ 时，将直线 $y = kx$ 的图象向下平移 b 个单位。

(3) 必过点： $(0, b)$ 和 $(-\frac{b}{k}, 0)$

(4) 一次函数 $y = kx + b$ 的图象的画法。

根据几何知识：经过两点能画出一条直线，并且只能画出一条直线，即两点确定一条直线，所以画一次函数的图象时，只要先描出两点，再连成直线即可。

	$b > 0$	$b < 0$	$b = 0$
$k > 0$	过第一、二、三象限 	过第一、三、四象限 	过第一、三象限 
图象从左到右上升， y 随 x 的增大而增大			
$k < 0$	过第一、二、四象限 	过第二、三、四象限 	过第二、四象限 
图象从左到右下降， y 随 x 的增大而减小			

每个男孩身后都有一个牛家长。

九、用待定系数法确定函数解析式的一般步骤：

(1) 根据已知条件写出含有待定系数的函数关系式；

(2) 将 x 、 y 的几对值或图象上的几个点的坐标代入上述函数关系式中得到以待定系数为未知数的方程；

(3) 解方程得出未知系数的值；

(4) 将求出的待定系数代回所求的函数关系式中得出所求函数的解析式。

十、当直线 $y=k_1x+b_1$ 与 $y=k_2x+b_2$ 平行时， $k_1=k_2$ 且 $b_1 \neq b_2$

十一、一次函数与方程、不等式

1. 一次函数与一元一次方程：从“数”的角度看 x 为何值时函数 $y=ax+b$ 的值为 0。

2. 求 $ax+b=0$ (a, b 是常数， $a \neq 0$) 的解，从“形”的角度看，求直线 $y=ax+b$ 与 x 轴交点的横坐标

3. 一次函数与一元一次不等式：

解不等式 $ax+b > 0$ (a, b 是常数， $a \neq 0$)。从“数”的角度看， x 为何值时函数 $y=ax+b$ 的值大于 0。

4. 解不等式 $ax+b > 0$ (a, b 是常数， $a \neq 0$)。从“形”的角度看，求直线 $y=ax+b$ 在 x 轴上方的部分（射线）所对应的横坐标的取值范围。

5. 一次函数与二元一次方程组：

解方程组

从“数”的角度看，自变量 (x) 为何值时两个函数的值相等，并求出这个函数值

解方程组 $\begin{cases} a_1x + b_1y = c_1 \\ a_2x + b_2y = c_2 \end{cases}$ 从“形”的角度看，确定两直线交点的坐标。

$$\begin{cases} a_1x + b_1y = c_1 \\ a_2x + b_2y = c_2 \end{cases}$$

二十章：数据的分析

数据的代表：平均数、众数、中位数、极差、方差

1. 平均数：

(1) 算术平均数：一组数据中，有 n 个数据，则它们的算术平均数为

$$\bar{x} = \frac{x_1 + x_2 + \dots + x_n}{n}$$

(2) 加权平均数：

若在一组数字中， x_1 的权为 w_1 ， x_2 的权为 w_2 ， \dots ， x_n 的权为 w_n ，那么

$$\bar{x} = \frac{x_1w_1 + x_2w_2 + \dots + x_nw_n}{w_1 + w_2 + \dots + w_n}$$
 叫做 x_1, x_2, \dots, x_n 的加权平均数。

其中， w_1, w_2, \dots, w_n 分别是 x_1, x_2, \dots, x_n 的权。

权的理解：反映了某个数据在整个数据中的重要程度。

权的表示方法：比、百分比、频数（人数、个数、次数等）。

2. 中位数：将一组数据按照由小到大（或由大到小）的顺序排列，如果数据的个数是

奇数，则处于中间位置的数就是这组数据的中位数；如果数据的个数是偶数，则中间两个数据的平均数就是这组数据的中位数。

3. 众数：一组数据中出现次数最多的数据就是这组数据的众数。

4. 平均数中位数众数的区别与联系

相同点：平均数、中位数和众数这三个统计量的相同之处主要表现在：都是来描述数据集中趋势的统计量；都可用来反映数据的一般水平；都可用来作为一组数据的代表。

不同点：

每个牛孩身后都有一个牛家长

1) 代表不同

平均数：反映了一组数据的平均大小，常用来一代表数据的总体 “平均水平”。

中位数：像一条分界线，将数据分成前半部分和后半部分，因此用来代表一组数据的 “中等水平”。

众数：反映了出现次数最多的数据，用来代表一组数据的 “多数水平”。这三个统计量虽反映有所不同，但都可表示数据的集中趋势，都可作为数据一般水平的代表。

2) 特点不同

平均数：与每一个数据都有关，其中任何数据的变动都会相应引起平均数的变动。主要缺点是易受极端值的影响，这里的极端值是指偏大或偏小数。

中位数：与数据的排列位置有关，某些数据的变动对它没有影响；它是一组数据中间位置上的代表值，不受数据极端值的影响。

众数：与数据出现的次数有关，着眼于对各数据出现的频率的考察，其大小只与这组数据中的部分数据有关，不受极端值的影响，其缺点是具有不惟一性，一组数据中可能会有一个众数，也可能会有多个或没有。

3) 作用不同

平均数：是统计中最常用的数据代表值，比较可靠和稳定，因为它与每一个数据都有关，反映出来的信息最充分。平均数既可以描述一组数据本身的整体平均情况，也可以用来作为不同组数据比较的一个标准。因此，它在生活中应用最广泛，比如我们经常所说的平均成绩、平均身高、平均体重等。

中位数：作为一组数据的代表，可靠性比较差，因为它只利用了部分数据。但当一组数据的个别数据偏大或偏小时，用中位数来描述该组数据的集中趋势就比较合适。

众数：作为一组数据的代表，可靠性也比较差，因为它也只利用了部分数据。在一组数据中，如果个别数据有很大的变动，且某个数据出现的次数最多，此时用该数据（即众数）表示这组数据的 “集中趋势” 就比较适合。

5. 极差：一组数据中的最大数据与最小数据的差叫做这组数据的极差。极差反映的是数据的变化范围。

6. 方差：设有 n 个数据 x_1, x_2, \dots, x_n ，各数据与它们的平均数的差的平方分别是

$(x_1 - \bar{x})^2, (x_2 - \bar{x})^2, \dots, (x_n - \bar{x})^2$ ；我们用它们的平均数，即用 “先平均，再求差，然

后平方，最后再平均” 得到的结果表示一组数据偏离平均值的情况，这个结果叫方差，

计算公式是

$$S^2 = \frac{1}{n} [(x_1 - \bar{x})^2 + (x_2 - \bar{x})^2 + \dots + (x_n - \bar{x})^2]$$

来衡量这组数据的波动大小，并把它叫做这组数据的方差。

方差越大，数据的波动越大；方差越小，数据的波动越小，就越稳定。

标准差：方差的算术平方根，即

$$S = \sqrt{\frac{1}{n} [(x_1 - \bar{x})^2 + (x_2 - \bar{x})^2 + \dots + (x_n - \bar{x})^2]}$$

每个女孩身后都有一个牛家长

加群步骤

- ① 长按下方二维码+小牛好友
- ② 备注 **“孩子年级”**
加入【牛家长微信群】
- ③ 第一时间了解最新升学动态

小牛聊升学



微信公众号

郑州牛家长



升学信息 | 原创干货 | 家长社群 | 公益活动

