

2018 年河南省六市高三第二次联考试题
数学(文科) 参考答案

一、选择题 1-5 BACBD 6-10 CABCA 11-12 DB

二、填空题 13. -1 14. $\frac{13}{6}$ 15. 93 16. $\frac{32\pi}{3}$

三、解答题

17. 解: (I) $f(x) = 6\sin(2x + \frac{\pi}{6})$ 2 分

$\therefore f(x)$ 在 $(0, \frac{\pi}{6})$ 上单调递增, $(\frac{\pi}{6}, \frac{\pi}{4})$ 上单调递减 4 分

$\therefore f(x)_{\max} = 6, f(x)_{\min} = 3$ 6 分

(II) 在 $\triangle ADC$ 中, $\frac{AD}{\sin \frac{C}{2}} = \frac{AC}{\sin \angle ADC}$, 在 $\triangle BDC$ 中, $\frac{BD}{\sin \frac{C}{2}} = \frac{BC}{\sin \angle BDC}$ 8 分

$\therefore \sin \angle ADC = \sin \angle BDC, AC = 6, BC = 3$

$\therefore AD = 2BD$ 在 $\triangle BCD$ 中, $BD^2 = 17 - 12\sqrt{2}\cos \frac{C}{2}$,

在 $\triangle ACD$ 中, $AD^2 = 44 - 24\sqrt{2}\cos \frac{C}{2} = 68 - 48\sqrt{2}\cos \frac{C}{2}$ 10 分

$\therefore \cos \frac{C}{2} = \frac{\sqrt{2}}{2}$, 即 $C = \frac{\pi}{2}$ 12 分

18. (I) 如图所示, 取 DC 中点 N , 取 BD 中点 M , 连结 MN , 则 MN 即为所求. 2 分

证明: 取 BC 中点 H , 连结 AH , $\therefore \triangle ABC$ 为腰长为 3 的等腰三角形, H 为 BC 中点,

$\therefore AH \perp BC$, 又平面 $ABC \perp$ 平面 BCD , 平面 $ABC \cap$ 平面 $BCD = BC, AH \subset$ 平面 ABC ,

$\therefore AH \perp$ 平面 BCD , 同理可证 $EN \perp$ 平面 $BCD, \therefore EN \parallel AH$,

$\therefore EN \not\subset$ 平面 $ABC, AH \subset$ 平面 $ABC, \therefore EN \parallel$ 平面 ABC .

又 M, N 分别为 BD, DC 中点, $\therefore MN \parallel BC$,

$\therefore MN \not\subset$ 平面 $ABC, BC \subset$ 平面 $EMN, \therefore MN \parallel$ 平面 ABC .

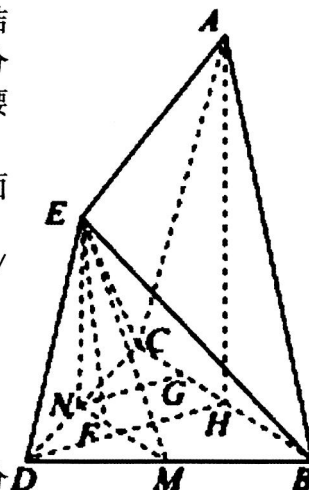
..... 4 分

又 $MN \cap EN = N, MN \subset$ 平面 $EMN, EN \subset$ 平面 EMN ,

\therefore 平面 $EMN \parallel$ 平面 ABC ,

又 $EF \subset$ 平面 $EMN, \therefore EF \parallel$ 平面 ABC 6 分

(II) 连结 DH , 取 CH 中点 G , 连结 NG , 则 $NG \parallel DH$,





由(I)可知 $EN \parallel$ 平面 ABC , 7 分

所以点 E 到平面 ABC 的距离与点 N 到平面 ABC 的距离相等.

又 $\triangle BCD$ 是边长为 2 的等边三角形, $\therefore DH \perp BC$,

又平面 $ABC \perp$ 平面 BCD , 平面 $ABC \cap$ 平面 $BCD = BC$, $DH \subset$ 平面 BCD ,

$\therefore DH \perp$ 平面 ABC , $\therefore NG \perp$ 平面 ABC ,

$\therefore DH = \sqrt{3}$, 又 N 为 CD 中点, $\therefore NG = \frac{\sqrt{3}}{2}$, 9 分

又 $AC = AB = 3$, $BC = 2$, $\therefore S_{\triangle ABC} = \frac{1}{2} \cdot BC \cdot AH = 2\sqrt{2}$.

$\therefore V_{E-ABC} = V_{N-ABC} = \frac{1}{3} \cdot S_{\triangle ABC} \cdot |NG| = \frac{\sqrt{6}}{3}$ 12 分

注:本题用空间向量做同样给分

19. 解:解:(I)当 $n = 5$ 时,

$$y = \begin{cases} 5 \times 300, & x \leq 5 \\ 5 \times 300 + (x - 5) \times 500, & x > 5 \end{cases} = \begin{cases} 1500, & x \leq 5 \\ 500x - 1000, & x > 5 \end{cases} \quad \dots\dots 5 \text{ 分}$$

(II)假设这 50 台机器在购机的同时每台都购买 6 个配置零件,

所须费用平均数为: $\frac{1}{50}(22 \times 6 \times 300 + 12 \times 2300 + 10 \times 2800 + 6 \times 3300) = 2300$

(元) 8 分

假设这 50 台机器在购机的同时每台都购买 7 个配置零件,

所须费用平均数为 $\frac{1}{50}(34 \times 7 \times 300 + 10 \times 2600 + 6 \times 3100) = 2320$ (元) ... 11 分

$\therefore 2300 < 2320$

\therefore 购买 1 台机器的同时应购买 6 个配置零件. 12 分

20. 解:(I)直线 AB 的方程为 $\frac{x}{a} + \frac{y}{-b} = 1$, 即 $bx - ay - ab = 0$ 1 分

原点到直线 AB 的距离为 $\frac{ab}{\sqrt{a^2 + b^2}} = \frac{\sqrt{3}}{2}$, 即 $3a^2 + 3b^2 = 4a^2b^2$. ① 2 分

$$e = \frac{c}{a} = \frac{\sqrt{6}}{3} \quad \blacksquare \quad c^2 = \frac{2}{3}a^2. \quad \text{②}$$

又 $a^2 = b^2 + c^2$, ③

由①②③可得 $a^2 = 3$, $b^2 = 1$, $c^2 = 2$ 3 分

故椭圆的方程为 $\frac{x^2}{3} + y^2 = 1$ 4 分

(II) $F_1(-\sqrt{2}, 0)$, $F_2(\sqrt{2}, 0)$, 设 $P(x_1, y_1)$, $Q(x_2, y_2)$.

由于直线 PQ 的斜率不为 0, 故设其方程为 $x = ky + \sqrt{2}$, 5 分

联立直线与椭圆的方程, 得 $\begin{cases} x = ky + \sqrt{2}, \\ \frac{x^2}{3} + y^2 = 1, \end{cases} \quad \blacksquare \quad (k^2 + 3)y^2 + 2\sqrt{2}ky - 1 = 0. \quad \dots\dots 7 \text{ 分}$



$$\text{故} \begin{cases} y_1 + y_2 = -\frac{2\sqrt{2}k}{k^2 + 3}, \\ y_1 y_2 = -\frac{1}{k^2 + 3}. \end{cases} \quad ④$$

$$\text{而 } S_{\triangle F_1 PQ} = S_{\triangle F_1 F_2 P} + S_{\triangle F_1 F_2 Q} = \frac{1}{2} |F_1 F_2| |y_1 - y_2| = \sqrt{2} \sqrt{(y_1 + y_2)^2 - 4y_1 y_2}, \quad ⑤ \dots\dots$$

..... 9 分

$$\text{将④代入⑤,得 } S_{\triangle F_1 PQ} = \sqrt{2} \sqrt{\left(-\frac{2\sqrt{2}k}{k^2 + 3}\right)^2 + \frac{4}{k^2 + 3}} = \frac{2\sqrt{6}\sqrt{k^2 + 1}}{k^2 + 3}. \quad \dots\dots 10 \text{ 分}$$

$$\text{又 } S_{\triangle F_1 PQ} = \frac{1}{2} (|PF_1| + |F_1 Q| + |PQ|) \cdot r = 2a \cdot r = 2\sqrt{3}r,$$

$$\text{所以 } \frac{2\sqrt{6}\sqrt{k^2 + 1}}{k^2 + 3} = 2\sqrt{3}r, \text{ 故 } r = \frac{\sqrt{2}\sqrt{k^2 + 1}}{k^2 + 3} = \frac{\sqrt{2}}{\sqrt{k^2 + 1} + \frac{2}{\sqrt{k^2 + 1}}} \leq \frac{1}{2}, \quad \dots\dots 11 \text{ 分}$$

$$\text{当且仅当 } \sqrt{k^2 + 1} = \frac{2}{\sqrt{k^2 + 1}}, \text{ 即 } k = \pm 1 \text{ 时取等号.}$$

$$\text{故 } \triangle PQF_1 \text{ 的内切圆半径 } r \text{ 的最大值为 } \frac{1}{2} \quad \dots\dots 12 \text{ 分}$$

21. 解:(I)由已知得 $f'(x) = (-x^2 + 2)e^{x-1}$, 当 $f'(x) < 0$, 即

$$-x^2 + 2 < 0 \text{ 时, } x < -\sqrt{2} \text{ 或 } x > \sqrt{2}; \quad \dots\dots 2 \text{ 分}$$

当 $f'(x) > 0$, 即 $-x^2 + 2 > 0$ 时, $-\sqrt{2} < x < \sqrt{2}$, 所以 $f(x)$ 在 $(-\infty, -\sqrt{2})$ 上单调递减, 在 $(-\sqrt{2}, \sqrt{2})$ 上单调递增, 在 $(\sqrt{2}, +\infty)$ 上单调递减. 5 分

(II)令 $g(x) = (2x - x^2)e^{x-1} - mx - 1 + m, x \geq 1$,

由已知可得 $g(2) \leq 0$, 即 $m \geq -1$, 下面只要考虑 $m \geq -1$ 的情况即可. 7 分

$$g'(x) = (2 - x^2)e^{x-1} - m, \text{ 令 } h(x) = (2 - x^2)e^{x-1} - m, \text{ 则 } h'(x) = -(x^2 + 2x - 2)e^{x-1},$$

因为 $x \geq 1$, 所以 $x^2 + 2x - 2 > 0$, 所以 $h'(x) < 0$,

所以 $h(x)$ 在 $[1, +\infty)$ 上单调递减, 即 $g'(x)$ 在 $[1, +\infty)$ 上单调递减, 则 $g'(x) \leq g'(1) = 1 - m$ 8 分

①当 $1 - m \leq 0$, 即 $m \geq 1$ 时, 此时 $g'(x) \leq 0$, 所以 $g(x)$ 在 $[1, +\infty)$ 上单调递减, 所以 $g(x) \leq g(1) = 0$, 满足条件;

②当 $1 - m > 0$, 即 $-1 \leq m < 1$ 时, 此时 $g'(1) > 0, g'(2) = -2e - m < 0$, 所以存在 $x_0 \in (1, 2)$, 使得 $g'(x_0) = 0$, 则当 $1 < x < x_0$ 时, $g'(x) > 0$; 当 $x > x_0$ 时, $g'(x) < 0$, 所以 $g(x)$ 在 $[1, x_0]$ 上单调递增, 在 $(x_0, +\infty)$ 上单调递减, 所以当 $x \in [1, x_0]$ 时, $g(x) \geq g(1) = 0$, 此时不满足条件. 11 分

综上所述, 实数 m 的取值范围为 $[1, +\infty)$ 12 分

$$22. \text{解: (I) 由曲线 } C_1 \text{ 的参数方程为 } \begin{cases} x = 2 + 2\cos\varphi \\ y = 2\sin\varphi \end{cases} (\varphi \text{ 为参数})$$



消去参数得曲线 C_1 的普通方程为 $(x-2)^2 + y^2 = 4$ 2 分

又曲线 C_2 的极坐标方程为 $\rho = 4\sin\theta$, $\therefore \rho^2 = 4\rho\sin\theta$,

$\therefore C_2$ 的直角坐标方程为 $x^2 + y^2 = 4y$, 整理得: $x^2 + (y-2)^2 = 4$ 4 分

(II) 曲线 $C_1: (x-2)^2 + y^2 = 4$ 化为极坐标方程为 $\rho = 4\cos\theta$, 6 分

设 $A(\rho_1, \alpha_1), B(\rho_2, \alpha_2)$,

又曲线 C_3 的极坐标方程为 $\theta = \alpha, 0 < \alpha < \pi, \rho \in R$, 点 A 是曲线 C_3 与 C_1 的交点,
点 B 是曲线 C_3 与 C_2 的交点, 且均异于原点 O , 且 $|AB| = 4\sqrt{2}$,

$\therefore |AB| = |\rho_1 - \rho_2| = |4\sin\alpha - 4\cos\alpha| = 4\sqrt{2}|\sin(\alpha - \frac{\pi}{4})| = 4\sqrt{2}$, 8 分

$\therefore \sin(\alpha - \frac{\pi}{4}) = \pm 1$, 又 $0 < \alpha < \pi$, $\therefore -\frac{\pi}{4} < \alpha - \frac{\pi}{4} < \frac{3\pi}{4}$, $\therefore \alpha - \frac{\pi}{4} = \frac{\pi}{2}$,

解得 $\alpha = \frac{3\pi}{4}$ 10 分

23. 解: (I) $\therefore f(x) = |x-a| + \frac{1}{2a}$, $\therefore f(x+m) = |x+m-a| + \frac{1}{2a}$,

$\therefore f(x) - f(x+m) = |x-a| - |x+m-a| \leq |m|$, 3 分

$\therefore |m| \leq 1$, $\therefore -1 \leq m \leq 1$, \therefore 实数 m 的最大值为 1; 5 分

(II) 当 $a < \frac{1}{2}$ 时, $g(x) = f(x) + |2x-1| = |x-a| + |2x-1| + \frac{1}{2a}$

$$= \begin{cases} -3x + a + \frac{1}{2a} + 1, & x < a, \\ -x - a + \frac{1}{2a} + 1, & a \leq x \leq \frac{1}{2}, \\ 3x - a + \frac{1}{2a} - 1, & x > \frac{1}{2}, \end{cases} \quad \dots\dots\dots 7 \text{ 分}$$

$\therefore g(x)_{\min} = g(\frac{1}{2}) = \frac{1}{2} - a + \frac{1}{2a} = \frac{-2a^2 + a + 1}{2a} \leq 0$, 8 分

$\therefore \begin{cases} 0 < a < \frac{1}{2}, \\ -2a^2 + a + 1 \leq 0 \end{cases}$ 或 $\begin{cases} a < 0, \\ -2a^2 + a + 1 \geq 0 \end{cases} \therefore -\frac{1}{2} \leq a < 0$, \therefore 实数 a 的取值范围是

$[-\frac{1}{2}, 0)$ 10 分

专业河南高考家长社群

高三家长圈

及时 | 有料 | 实用 | 干货

