

2018 年河南省六市高二第一次联考试题

文科数学参考答案

一、选择题(本大题包括12小题, 每小题5分, 共60分)

1—5 ACCBD, 6—10 DABAD, 11—12 BA

二、填空题(本大题包括4小题, 每小题5分, 共20分)

13. $-\frac{3}{2}$ 14. -8 15. $\frac{3\sqrt{26}}{13}$ 16. $\frac{3}{4}$

三、解答题: 本大题共 6 小题, 共 70 分.

17. (I) 由题意得, $4\sin A \cos B - \sin B \cos C = \sin C \cos B$

所以 $4\sin A \cos B = \sin B \cos C + \sin C \cos B = \sin(B+C) = \sin A$

因为 $\sin A \neq 0$

所以 $\cos B = \frac{1}{4}$ (6分)

(II) 由 $\overrightarrow{BA} \cdot \overrightarrow{BC} = 3$ 得 $ac \cos B = 3, ac = 12$

由 $b^2 = a^2 + c^2 - 2ac \cos B, b = 3\sqrt{2}$ 可得 $a^2 + c^2 = 24$

所以可得 $a = c = 2\sqrt{3}$ (12分)

18. (I) 由 $93 + 90 + x + 81 + 73 + 77 + 61 = 90 + 94 + 84 + 72 + 76 + 63,$

得 $x = 4.$ (4分)

(II) 由题意知一班赋 3,2,1 分的学生各有 2 名,

设赋 3 分的学生为 $A_1, A_2,$ 赋 2 分的学生为 $B_1, B_2,$ 赋 1 分的学生为 $C_1, C_2,$

则从 6 人抽取两人的基本事件为 $A_1A_2, A_1B_1, A_1B_2, A_1C_1, A_1C_2, A_2B_1, A_2B_2, A_2C_1, A_2C_2,$

$B_1B_2, B_1C_1, B_1C_2, B_2C_1, B_2C_2, C_1C_2$ 共 15 种,

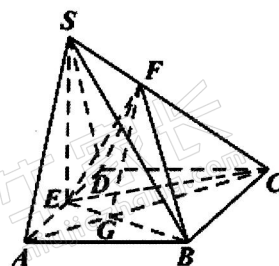
其中赋分和为 4 分的有 5 种,
∴ 这两名学生赋分的和为 4 的概率 $P = \frac{5}{15} = \frac{1}{3}.$ (12分)

19. (I) 连接 AC, 设 $AC \cap BE = G,$ 则平面 SAC \cap 平面 EFB = FG, ∵ SA // 平面 EFB, ∴ SA // FG,

∵ $\triangle GEA \sim \triangle GBC, \therefore \frac{AG}{GC} = \frac{AE}{BC} = \frac{1}{2},$
∴ $\frac{SF}{FC} = \frac{AG}{GC} = \frac{1}{2} \Rightarrow SF = \frac{1}{3}SC, \therefore \lambda = \frac{1}{3}.$ (6分)

(II) ∵ SA = SD = $\sqrt{5}, \therefore SE \perp AD, SE = 2,$

又 ∵ AB = AD = 2, $\angle BAD = 60^\circ, \therefore BE = \sqrt{3},$



$\therefore SE^2 + BE^2 = SB^2, \therefore SE \perp BE,$

$\therefore SE \perp$ 平面 $ABCD,$

所以 $V_{F-BCE} = \frac{2}{3}V_{S-EBC} = \frac{1}{3}V_{S-ABCD} = \frac{1}{3} \times \frac{1}{3} \times 2 \times 2 \sin 60^\circ \times 2 = \frac{4\sqrt{3}}{9}.$ (12分)

20. (I) 因为 ΔF_1MN 的周长为 $4\sqrt{2}$, 所以 $4a = 4\sqrt{2}$, 即 $a = \sqrt{2}$,

由直线 MF_1 的斜率 1, 得 $\frac{b}{c} = 1,$

因为 $a^2 = b^2 + c^2$, 所以 $b = 1, c = 1,$

所以椭圆的标准方程为 $\frac{x^2}{2} + y^2 = 1.$ (4分)

(II) 由题意可得直线 MF_1 方程为 $y = x + 1$, 联立得 $\begin{cases} y = x + 1 \\ \frac{x^2}{2} + y^2 = 1 \end{cases}$,

解得 $N(-\frac{4}{3}, -\frac{1}{3})$, 所以 $\frac{|NF_1|}{|MF_1|} = \frac{1}{3}$, 因为 $S_{\Delta F_1NQ} = \frac{2}{3}S_{\Delta F_1MP}$,

即 $\frac{1}{2}|NF_1||QF_1|\sin\angle QF_1N = \frac{2}{3}\left(\frac{1}{2}|MF_1|\cdot|PF_1|\sin\angle PF_1M\right),$

所以 $|QF_1| = 2|PF_1|$, 当直线 l 的斜率为 0 时, 不符合题意,

故设直线 l 的方程为 $x = my - 1, P(x_1, y_1), Q(x_2, y_2)$, 由点 P 在点 Q 的上方, 则, $y_2 = -2y_1$

联立 $\begin{cases} x = my - 1 \\ \frac{x^2}{2} + y^2 = 1 \end{cases}$, 所以 $(m^2 + 2)y^2 - 2my - 1 = 0$, 所以

$y_1 + y_2 = \frac{2m}{m^2 + 2}, y_1 y_2 = \frac{-1}{m^2 + 2}$, 消去 y_2 得 $\begin{cases} y_1 = \frac{-2m}{m^2 + 2} \\ 2y_1^2 = \frac{1}{m^2 + 2} \end{cases}$, 所以 $\frac{8m^2}{(m^2 + 2)^2} = \frac{1}{m^2 + 2}$

得 $m^2 = \frac{2}{7}, m = \pm \frac{\sqrt{14}}{7},$

又由画图可知 $m = \frac{\sqrt{14}}{7}$ 不符合题意, 所以 $m = -\frac{\sqrt{14}}{7},$

故直线 l 的斜率为 $\frac{1}{m} = -\frac{\sqrt{14}}{2}$ (12分)

21. 解析: (I) $f(x)$ 的定义域为 $(0, +\infty)$. 当 $a=4$ 时,

$$f(x) = (x+1)\ln x - 4(x-1), f'(x) = \ln x + \frac{1}{x} - 3, f'(1) = -2, f(1) = 0.$$

所以曲线 $y = f(x)$ 在 $(1, f(1))$ 处的切线方程为 $2x + y - 2 = 0$ (4分)

(II) 当 $x \in (1, +\infty)$ 时, $f(x) > 0$ 等价于 $\ln x - \frac{a(x-1)}{x+1} > 0$.

$$\text{令 } g(x) = \ln x - \frac{a(x-1)}{x+1},$$

$$\text{则 } g'(x) = \frac{1}{x} - \frac{2a}{(x+1)^2} = \frac{x^2 + 2(1-a)x + 1}{x(x+1)^2}, g(1) = 0,$$

(I) 当 $a \leq 2$, $x \in (1, +\infty)$ 时, $x^2 + 2(1-a)x + 1 \geq x^2 - 2x + 1 > 0$,

故 $g'(x) > 0$, $g(x)$ 在区间 $(1, +\infty)$ 上单调递增, 因此 $g(x) > 0$;

(II) 当 $a > 2$ 时, 令 $g'(x) = 0$ 得 $x_1 = a-1 - \sqrt{(a-1)^2 - 1}$, $x_2 = a-1 + \sqrt{(a-1)^2 - 1}$,

由 $x_2 > 1$ 和 $x_1 x_2 = 1$ 得 $x_1 < 1$,

故当 $x \in (1, x_2)$ 时, $g'(x) < 0$, $g(x)$ 在区间 $(1, x_2)$ 上单调递减, 因此 $g(x) < 0$.

综上, a 的取值范围是 $(-\infty, 2]$ (12分)

22. 解 (I) 直线 l 的普通方程为: $y = x - 1$,

$$\rho = 4\sqrt{2} \sin(\theta + \frac{\pi}{4}) = 4\sin\theta + 4\cos\theta, \text{ 所以 } \rho^2 = 4\rho\sin\theta + 4\rho\cos\theta.$$

所以曲线 C 的直角坐标方程为

$$x^2 + y^2 - 4x - 4y = 0 \text{ (或写成 } (x-2)^2 + (y-2)^2 = 8 \text{)}. \text{ (5分)}$$

(II) 点 $P(2,1)$ 在直线 l 上, 且在圆 C 内, 由已知直线 l 的标准参数方程是

$$x^2 + y^2 - 4x - 4y = 0,$$

$$\begin{cases} x = 2 + \frac{\sqrt{2}}{2}t \\ y = 1 + \frac{\sqrt{2}}{2}t \end{cases} \text{ 代入}$$

得 $t^2 - \sqrt{2}t - 7 = 0$, 设两个实根为 t_1, t_2 , 则 $t_1 + t_2 = \sqrt{2}, t_1 t_2 = -7 < 0$, 即 t_1, t_2 异号.

所以 $\|PA\| - \|PB\| = \|t_1\| - \|t_2\| = |t_1 + t_2| = \sqrt{2}$ 10分

(23) 解: (I) $|2x| + |2x - 1| \geq |2x - (2x - 1)| = 1$, 故 $m \geq 1$; 5分

(II) 由题知 $a + b \geq 1$, 故 $(\frac{a^2}{a+2b} + \frac{b^2}{2a+b})(a+2b+2a+b) \geq (a+b)^2$,

$$\therefore \frac{a^2}{a+2b} + \frac{b^2}{2a+b} \geq \frac{1}{3}(a+b) \geq \frac{1}{3}. \quad \text{..... 10分}$$

加群步骤

- ① 长按下方二维码+小牛好友
- ② 备注 **“孩子年级”**
加入【牛家长微信群】
- ③ 第一时间了解最新升学动态

小牛聊升学



微信公众号

郑州牛家长



升学信息 | 原创干货 | 家长社群 | 公益活动



每个牛孩身后都有一个牛家长